

Tesis de Posgrado

Estudio del comportamiento termohidrodinámico de la capa límite atmosférica sobre el Río de la Plata y sus inmediaciones, mediante un modelo de simulación numérica

Berri, Guillermo Jorge

1987

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias
de la Atmósfera de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Berri, Guillermo Jorge. (1987). Estudio del comportamiento termohidrodinámico de la capa límite atmosférica sobre el Río de la Plata y sus inmediaciones, mediante un modelo de simulación numérica. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2027_Berri.pdf

Cita tipo Chicago:

Berri, Guillermo Jorge. "Estudio del comportamiento termohidrodinámico de la capa límite atmosférica sobre el Río de la Plata y sus inmediaciones, mediante un modelo de simulación numérica". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1987. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2027_Berri.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Tema de Tesis

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO TERMOHIDRODINAMICO DE LA CAPA LIMITE ATMOSFERICA
SOBRE EL RIO DE LA PLATA Y SUS INMEDIACIONES, MEDIANTE UN MODELO DE
SIMULACION NUMERICA

Autor
Guillermo Jorge Berri

Director de Tesis
Dr. Mario Néstor Nuñez

Lugar de Trabajo
Departamento de Meteorología

- 2027 -
g.2

Tesis presentada para optar al título de Doctor en Ciencias Meteorológicas

1987

2027

A mi esposa Alba
y mis pequeños hijos
Marcelo, Diego y Dante

AGRADECIMIENTOS

Muchas son las personas que debo mencionar en estas líneas y expresarles mi agradecimiento, familiares, amigos y colegas. Como son muchos, prefiero hacerlo en un orden que me parece natural en mi largo proceso de doctoración, que es el cronológico.

Al Dr. Jose Luis Aiello quien, desde mi egreso como Licenciado, me aconsejó dedicarme con pasión a la investigación y quien sugirió al modelado numérico como especialidad. Al Dr. José Alberto Juan Hoffmann quien me aconsejó ingresar a la Carrera del Doctorado antes de mi primer viaje al Exterior y quien luego actuó como mi Consejero de Estudios. Al Dr. Gustavo Victor Necco con quien comencé a trabajar en lo que luego dió pie a esta Tesis.

Muy especialmente al Dr. Mario Nestor Nuñez por haber aceptado ser mi Director de Tesis, por haber depositado su confianza en mi, por haberme brindado en todo momento una absoluta libertad de trabajo y por haber revisado y corregido en forma muy crítica y objetiva la forma final de mi manuscrito.

Al Ingeniero Juan Carlos Ferreri por haberme sugerido a la transformación de coordenadas como alternativa de solución para el tratamiento de la irregularidad topográfica que representa la costa. Al Dr. Isidoro Orlanski por sus valiosas sugerencias y sucesivos comentarios sobre el modelo.

También, al Departamento de Meteorología por haberme acogido y haberme brindado un clima de trabajo apropiado. Al Servicio de Cómputos de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales por las facilidades brindadas y a todo su personal por su constante buena disposición en todo momento para la realización de las numerosas experiencias que demandó este trabajo. Al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas por el apoyo brindado como miembro de la Carrera de Investigador y los recursos provistos a través del PID N° 3-916804/85.

A la Computadora Científica María Graciela Del Franco por haber adaptado su programa de graficado a las necesidades de este trabajo y por haber realizado gran parte de los gráficos. A la Licenciada Claudia Marcela Campetella por el excelente trabajo de tipeado y grabación del manuscrito. A la Licenciada Norma Edit Possia por la prolija tarea de transcripción manual de las numerosas fórmulas del mismo. En estos tres casos valoro muy especialmente la espontánea y desinteresada oferta de colaboración. Al señor Claudio Austi por la compaginación y armado definitivo de los gráficos.

Por último, no quiero dejar de mencionar la paciencia y comprensión de mi esposa por el tiempo dedicado a este trabajo y restado a la familia, y la constante motivación hallada en mis tres hijos pequeños.

A todos ellos mi más sincero agradecimiento.

RESUMEN

Se presenta un modelo de simulación numérica, en tres dimensiones y no estacionario en mesoescala, de la capa límite atmosférica. Se aplica el modelo al estudio de la circulación de brisa sobre el Río de la Plata y su zona de influencia. Se trata de un modelo en ecuaciones primitivas y no lineal que consta de ambas ecuaciones horizontales de movimiento, la ecuación hidrostática, la ecuación de continuidad para un fluido incompresible, la ecuación termodinámica y la ecuación de estado de los gases ideales. El dominio horizontal del modelo es aproximadamente de 200 x 200 km y el vertical de 2 km. Con el objeto de tomar en cuenta especialmente la influencia que la irregularidad de la costa ejerce sobre la capa límite, se propuso la aplicación de un método de transformación de las coordenadas horizontales como solución al difícil problema que plantea en el modelado numérico tal condición de frontera superior. La transformación introduce una de las coordenadas horizontales paralela a las costas uruguaya y argentina mientras que la otra coordenada horizontal es localmente casi perpendicular a la anterior y la coordenada vertical sigue un espaciamiento de tipo logarítmico-lineal. Esta transformación permite obtener mayor resolución sobre las costas donde la separación entre puntos es aproximadamente 5 a 10 km, mientras que en las zonas más alejadas, donde se precisa menor resolución, la separación entre puntos es aproximadamente de 20 a 30 km. Similar ventaja se obtiene en la vertical. El sistema de ecuaciones ahora transformado se resuelve por diferencias finitas en el nuevo recinto regular. Para la integración del modelo se utiliza un método explícito y condicionalmente estable, de tipo adelantado en el tiempo, corriente arriba en el espacio para los términos advectivos y centrado en el espacio para los difusivos. Para verificar las soluciones que brinda el modelo se realizan experiencias de comparación con los modelos de McPherson y Pielke quienes simulan la brisa sobre costas que presentan cierta similitud con la del Río de la Plata. Los resultados de ambas comparaciones son muy buenos y en particular aquella realizada con el modelo de Pielke arroja además coincidencias numéricas en los valores de la velocidad vertical. La falta de datos apropiados para una comprobación de los resultados del estudio de brisa sobre el Río de la Plata obliga a la adopción de la simulación numérica como alternativa para verificar la bondad del método utilizado. Para realizar tal simulación se introduce como forzante en superficie una perturbación en la temperatura que es función del tiempo y del espacio. Con el objeto de tomar en cuenta la parte mas definida de un ciclo de brisa, se extendió la simulación durante 14 horas a partir de un instante definido como 2 horas después de la salida del sol. Tal instante representa, aproximadamente, el

momento de mayor homogeneidad horizontal, en todo el dominio, de la temperatura en superficie. El método de la transformación de coordenadas además de mostrar condiciones de estabilidad, reproduce las características más notables de la brisa como cabría esperar en el Río de la Plata. Entre los resultados obtenidos con el modelo cabe destacar una respuesta correcta del mismo al forzante introducido en la temperatura de superficie; la rotación del viento inducida por la perturbación de la presión es correcta; los campos de convergencia y divergencia horizontal y su movimiento vertical asociado son consistentes con los resultados anteriores; el efecto de la advección horizontal y vertical sobre los ejes verticales de máxima convergencia y divergencia y el movimiento vertical asociado coincide con lo hallado por otros autores; se establece una zona preferencial de convergencia horizontal y movimientos de ascenso sobre la parte oeste de la costa uruguaya y su inmediata adyacencia continental; sobre el resto del dominio predomina la divergencia y los movimientos de descenso; sobre toda la costa uruguaya el viento rota rápidamente hacia el este y este-sudeste y permanece así durante el resto del día y, por último, sobre la costa de la provincia de Buenos Aires el viento es, sin mayores cambios, del sector noreste y este-noreste durante todo el día.

INDICE

1.	INTRODUCCION.....	1
2.	DESCRIPCION DEL MODELO.....	6
2.1	Sistema de ecuaciones.....	6
2.2	Dominio de resolución.....	27
2.3	Transformación de coordenadas horizontales.....	31
2.4	Método numérico.....	41
2.5	Inicialización y condiciones de contorno.....	50
2.6	Verificación del modelo.....	54
2.6.1	Resultados de la verificación-1.....	55
2.6.2	Resultados de la verificación-2.....	61
3.	SIMULACION DE UNA SITUACION DEL TIPO DE BRISA DE MAR Y TIERRA.....	69
3.1	Condiciones iniciales y desarrollo de la experiencia.....	69
3.2	Descripción y discusión de los resultados.....	72
3.3.1	Discusión sobre el efecto de la rugosidad de la superficie.....	79
3.3.2	Discusión sobre el esquema numérico utilizado para los términos advectivos.....	80
4.	CONCLUSIONES.....	81
	LISTA DE SIMBOLOS.....	84
	VALORES DE LAS CONSTANTES.....	88
	LISTA DE FIGURAS.....	89

REFERENCIAS.....	93
FIGURAS.....	98

1. INTRODUCCION

La capa límite atmosférica es la porción de atmósfera que se extiende desde la superficie terrestre hasta una altura variable que en promedio es del orden de 1500 metros. A través de ella se produce la interacción entre la superficie terrestre y la atmósfera libre mediante los intercambios de masa y energía.

El comportamiento termohidrodinámico de la capa límite está determinado básicamente por la topografía y la constitución de la superficie. Si esas características son homogéneas, entonces la estructura de la capa límite es sólo función de la altura. En cambio, los contrastes en la superficie terrestre provocan alteraciones en la distribución vertical de las distintas propiedades de la capa límite y en consecuencia su estructura es tridimensional. Como además las propiedades del suelo varían durante el día, la estructura de esta capa límite es también función del tiempo.

Si consideramos escalas horizontales mayores que algunas decenas de kilómetros y en ellas la capa límite atmosférica adquiere características tridimensionales bien definidas e incluso cíclicas en el tiempo podemos hablar de sistemas atmosféricos en mesoescala. En ellos es posible distinguir dos grupos principales; uno determinado por las inhomogeneidades de la superficie terrestre y otro determinado por sistemas atmosféricos en movimiento y en una escala mayor que la mesoescala.

Dentro del primer grupo se encuentran las brisas de mar y tierra, las brisas de valle y montaña, las circulaciones urbanas y las circulaciones inducidas por la rugosidad del terreno. Dentro del segundo grupo se encuentran las líneas de inestabilidad, los tornados y los complejos convectivos de mesoescala. Los procesos de este último grupo tienen una estructura vertical que se extiende por encima de la capa límite atmosférica.

Los procesos del primer grupo son los más conocidos y estudiados ya que su ubicación geográfica es fija, su escala de tiempo es pequeña y de a lo sumo 12 horas y sus influencias son también localizadas.

Un estudio del comportamiento de la capa límite atmosférica sobre el Río de La Plata debe incluir necesariamente las características básicas de las circulaciones locales del tipo de brisas de mar y tierra ya que constituyen el aspecto más sobresaliente del efecto que sobre la atmósfera ejerce un contraste tierra-agua en la superficie.

La brisa de mar y tierra es uno de los primeros fenómenos atmosféricos recurrentes que ha observado el hombre. Por ejemplo, Neumann (1973) hace una excelente recopilación de citas que sobre el tema hay en la literatura antigua, como en la "Meteorológica" y en la

"Problemata" de Aristóteles y en el tratado "Acerca de los vientos" de Teofrastos.

La existencia de la brisa de mar se debe a la diferencia de temperatura entre el mar y el continente. Esta brisa es básicamente aire que se desplaza desde el mar hacia el continente, generando un frente de brisa. Por encima de esta brisa se produce una corriente de retorno. Esta circulación se cierra con subsidencia sobre el mar y convección sobre el continente y se desarrolla en presencia de un débil gradiente de presión.

El frente de brisa se genera en las primeras horas de la mañana sobre la costa y se desplaza hacia el interior del continente con una velocidad de unos pocos kilómetros por hora. Alcanza su máxima penetración hacia la media tarde y hacia la noche ese frente desaparece dando lugar a una circulación en sentido inverso, denominada brisa de tierra. Esta última no tiene características tan definidas como la primera.

Los primeros estudios sobre la brisa de mar fueron analíticos y para ello fue necesario realizar simplificaciones respecto de la dinámica de este proceso y así se obtuvieron ecuaciones que pudieron ser resueltas en forma analítica. Todos estos primeros modelos son lineales. El primer intento lo realiza Jeffreys (1922) quien no incluye la rotación terrestre, como tampoco lo hacen Kobayashi y Sasaki (1932) y Arakawa y Utsagi (1937) quienes a su vez desprecian la fricción. Recién a partir del trabajo de Haurwitz (1947) se incluye la rotación terrestre lo que permite reproducir la típica rotación del viento durante el día. Este último incluye la fricción pero en una forma muy sencilla. En general los términos de advección horizontal de temperatura se omiten como en Pierson (1950) y Haurwitz (1947), mientras que los perfiles verticales de temperatura tanto sobre el mar como sobre el continente se establecen arbitrariamente. Defant (1951) retiene la advección vertical de temperatura y la difusión vertical de calor por turbulencia pero desprecia la advección horizontal de calor. En general estos trabajos logran describir los aspectos más sobresalientes de este tipo de circulaciones. Rotunno (1983) hace una revisión detallada de la teoría lineal de la brisa de mar y tierra y comenta los resultados obtenidos con diferentes modelos lineales hasta ese momento. La aparición de las computadoras electrónicas permitió el desarrollo de un nuevo método de estudio, el de los modelos de simulación numérica.

Así, Pierce (1955) es el primero que integra el conjunto de ecuaciones que gobiernan el proceso de la brisa. Mediante el uso de técnicas numéricas apropiadas es posible retener los términos no lineales de advección y estudiar así el mecanismo de retroalimentación entre el viento y la brisa. Los primeros estudios numéricos más complejos se deben a Fisher (1961) y Estoque (1961) y (1962) quienes utilizan modelos evolutivos en dos dimensiones. Ambos

autores retienen las advecciones y difusiones tanto horizontales como verticales. En particular el último de ellos logra explicar la formación del frente de brisa. El modelo de Estoque (1962) fue adoptado por Moroz (1967) en un estudio de brisa en la costa este del lago Michigan y posteriormente fue extendido a tres dimensiones por McPherson (1970). Estos últimos modelos tienen debilidades ya que violan el principio de conservación de la masa al reemplazar la ecuación de continuidad por su derivada vertical. Neumann y Mahrer (1971) y (1974) usan una versión no hidrostática del modelo de Estoque. Posteriormente Pielke (1974a) y (1974b), Tapp y White (1976) y Anthes y Warner (1978) amplían los modelos a tres dimensiones extendiendo el dominio horizontal a algunos centenares de kilómetros y utilizando una formulación más elaborada que los anteriores de los mecanismos de transferencia turbulenta.

Más recientemente aparecen estudios que tratan de interpretar la relación entre este fenómeno y otros procesos físicos como Sun y Orlanski (1981a) y (1981b) que muestran la interacción entre la variación diurna de la estratificación vertical de temperatura, como consecuencia de la brisa de mar, y ondas de gravedad en mesoescala que dan lugar a la formación de bandas de nubes paralelas a la costa y que se propagan hacia el interior del continente. Lalas et al. (1983) estudia el efecto de la circulación de brisa sobre la contaminación atmosférica en la ciudad de Atenas. Kondo y Gambo (1979) estudian el efecto de la circulación de brisa sobre la difusión de contaminantes. Ozoe et al. (1983) estudian la difusión atmosférica a partir de fuentes a distintas distancias de la costa y en un régimen de circulación de brisa de mar y tierra. Otros autores como Huss y Feliks (1981) y Dalu y Purini (1981) estudian la interacción entre la atmósfera y el mar en casos de brisa de mar y tierra bien definida.

En general todos estos modelos estudian casos idealizados en donde la costa es rectilínea. En particular, aquellos que consideran dos costas las suponen paralelas, como Sheih y Moroz (1975). Otros autores estudian la brisa sobre islas que suponen circulares como Neumann y Mahrer (1974) o sobre lagos que también suponen circulares como Neumann y Mahrer (1975). Estas simplificaciones geométricas tienden a eliminar el inconveniente que supone la elección de un retículo irregular. Algunos autores aplican sus modelos a situaciones reales como Pielke (1974a) y Tapp y White (1976) en la península de Florida, Kozo (1982) en Alaska, Patrinos y Kistler (1977) en el lago Michigan frente a Chicago y Alpert y Neumann (1983) a la costa sur del lago Michigan.

En nuestro país se han desarrollado algunos estudios de tipo climatológico y sinóptico de la brisa de mar como Rivero y Barros (1979) en la Península de Valdez y Zubillaga y Piccolo (1978) en la costa atlántica de la provincia de Buenos Aires.

En el Río de la Plata no se ha llevado a cabo estudio alguno de

la brisa, ni se ha aplicado modelo alguno a su estudio, por lo que esta tesis doctoral propone el desarrollo de un modelo de simulación numérica que permita reproducir las características sobresalientes de la circulación de brisa en el Río de Plata, tomando en especial consideración la influencia que la irregularidad de la costa ejerce sobre la capa límite.

Esta irregularidad de la costa plantea un serio problema para la elección del retículo con el cual discretizar el dominio de resolución en cualquier tipo de modelo. Tal vez el método más conocido para resolver problemas de esta naturaleza es el de los elementos finitos. Si bien este método goza de buena reputación por su exactitud y estabilidad (Thacker, 1978) presenta, en cambio, el inconveniente de su alto costo de cómputo ya que las funciones de base deben ser recalculadas toda vez que las variables del modelo cambian.

Por lo señalado se propone como solución a ese problema un método, que si bien es utilizado en otras ramas de la ciencia (Fiora y Ferreri, 1978; Martínez y Ferreri, 1982 y Ferreri y Ventura, 1984), no lo es en modelos atmosféricos en mesoescala y su aplicación en este trabajo constituye un aporte original al conocimiento. El método propuesto consiste en una transformación de las coordenadas horizontales de modo que las nuevas coordenadas consideren la irregularidad topográfica. Tal transformación se realiza eligiendo una de las coordenadas paralela y la otra normal a la costa. La necesidad de una mayor resolución cerca de la costa, donde los gradientes de las variables atmosféricas son más abruptos, sugiere la conveniencia de adoptar un espaciamiento irregular entre líneas coordenadas. Gal-Chen y Somerville (1975a) y (1975b) utilizan este tipo de transformación pero en la coordenada vertical para modelar el efecto de convergencia del movimiento horizontal que genera la orografía.

El modelado en la atmósfera reconoce dos caminos troncales (excluyendo el modelado estadístico) que son el modelado de similitud física y el modelado numérico. El modelado de similitud física requiere una gran infraestructura de medios ya que necesita representar en escala a la atmósfera y la superficie terrestre. Junto con eso se necesita un conocimiento previo bastante detallado de la situación o problema a resolver para lograr un diseño apropiado. El modelado numérico requiere, en cambio, menos medios ya que las facilidades de computación son hoy día disponibles en casi todos los ámbitos donde se investiga.

Dentro del modelado numérico existen dos tipos básicos de modelos: los lineales y los no lineales. Los primeros pueden ser resueltos mediante métodos más sencillos pero al costo de perder información importante como es la interacción entre diferentes escalas propias en los procesos atmosféricos (Haltiner y Williams, (1980).

Se propone entonces un modelo de la capa límite atmosférica en mesoescala en tres dimensiones y no estacionario en ecuaciones

primitivas y no lineal. Se desarrolla un sistema de ecuaciones que es física y dimensionalmente consistente con el proceso que se quiere estudiar. Se propone una transformación de las coordenadas horizontales como solución al problema que representa la inhomogeneidad topográfica debida a la irregularidad de las costas. Se reformula al sistema de ecuaciones, ya consistido dimensionalmente, en el sistema de coordenadas transformado. Con el objeto de verificar el modelo elaborado se realizan experiencias de comparación con modelos similares, McPherson (1970) y Pielke (1974a). Para ello se inicializa al modelo con las mismas condiciones que cada uno de aquéllos, se lo integra durante un cierto período y se comparan los resultados obtenidos. Finalmente se inicializa al modelo con una situación que puede considerarse como típica para el desarrollo de la brisa en el Río de la Plata y se lo integra durante un ciclo diurno de 14 horas.

La condición fundamental que se impuso en el desarrollo de este trabajo fue la de lograr un modelo sencillo con la idea de armar una estructura básica que constituya el punto de partida para un modelo más elaborado.

2. DESCRIPCION DEL MODELO

Se trata de un modelo de simulación numérica en ecuaciones primitivas que consta de ambas ecuaciones horizontales de movimiento, la ecuación hidrostática, la ecuación de continuidad para un fluido incompresible, la ecuación termodinámica y la ecuación de estado de los gases ideales.

A continuación se describe el análisis dimensional del sistema hidrodinámico de ecuaciones que gobierna al modelo.

2.1 SISTEMA DE ECUACIONES

El sistema de ecuaciones está basado en tres principios fundamentales que son los que gobiernan el movimiento en la atmósfera:

- a) conservación de la masa
- b) conservación de la energía
- c) conservación de la cantidad de movimiento

donde cada uno de ellos se expresa mediante una ecuación de conservación.

La conservación de la masa se expresa mediante la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

donde el significado de cada símbolo se puede hallar en la Lista de Símbolos y son los usuales en Meteorología.

La conservación de la energía se refiere a todas sus formas. En la atmósfera y particularmente en la tropósfera donde la densidad del aire es grande, son relevantes las siguientes tres formas de energía: cinética, potencial e interna (Haltiner y Williams, 1980). La energía interna la obtenemos de la ecuación termodinámica que es la expresión del primer principio de la termodinámica y que escribimos en términos de la entropía:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{T} \frac{du}{dt} + \frac{p}{T} \frac{d\alpha}{dt}$$

El balance entre las tres formas de energía requerido por el principio de conservación queda determinado por la ecuación termodinámica y la ecuación de continuidad ya presentadas y por la ecuación de movimiento que veremos enseguida. Como consideramos a la atmósfera un gas ideal que cumple con la ecuación de estado:

$$p \cdot \alpha = R T$$

podemos escribir a la energía interna como función de la temperatura $du/dt = c_v dT/dt$. Como el volumen específico α no se mide en la atmósfera es conveniente obtener una forma más cómoda de la ecuación termodinámica y para ello introducimos la temperatura potencial:

$$\theta = T (1000/p)^{R/c_p}$$

Si diferenciamos logarítmicamente a θ respecto del tiempo y usamos la ecuación de estado, obtenemos la siguiente forma de la ecuación termodinámica:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{c_p}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = S_0 \frac{c_p}{\theta}$$

donde S_0 representa las fuentes y sumideros de calor. Estos últimos incluyen los calores de cambio de fase, las convergencias y/o divergencias del flujo radiativo y las transferencias de calor por procesos moleculares. Como se trata de un modelo seco no influyen los calores de cambio de fase. Además se desprecia la convergencia y/o divergencia del flujo radiativo ya que estos términos son importantes donde existen fuertes gradientes de temperatura y ello ocurre en los primeros centímetros por encima del suelo. Finalmente, se desprecian todas las transferencias por agitación molecular frente a sus contrapartes turbulentas, como se discutirá más adelante. Con estas consideraciones la ecuación termodinámica queda reducida a:

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (2)$$

Por último, la conservación de la cantidad de movimiento por unidad de masa en términos del segundo principio de Newton queda expresado en la siguiente forma de la ecuación de movimiento:

$$\frac{dW}{dt} = - \int V \rho - g h - \nu \nabla^2 W \quad (3)$$

donde ya se ha despreciado la disipación de cantidad de movimiento por viscosidad molecular con igual argumento que el ya mencionado más arriba para la ecuación termodinámica.

El sistema (1), (2) y (3) se cierra con la definición de la temperatura potencial y la ecuación de estado para los gases ideales, respectivamente:

$$\theta = T (1000/p)^{R/c_p} \quad (4)$$

$$p = \rho R T \quad (5)$$

donde la temperatura T que aparece en (4) y (5) es realmente la temperatura virtual:

$$T_v = T (1 + 0.61 q)$$

donde q es la humedad específica. Pero en una atmósfera seca $q = 0$ y por lo tanto $T = T_v$, y R es la constante específica del aire seco.

El sistema anterior, particularmente (1) y (3), está expresado en forma tal que contiene todos sus términos, pero no todos son igualmente importantes. O dicho de otro modo, no todos contribuyen en igual magnitud. Es conveniente entonces realizar un análisis de escala y en función de él despreciar aquellos términos de menor orden de magnitud relativa. La eliminación de estos términos, si bien restan

alguna información al sistema aunque no la más sustancial, tiene la ventaja de simplificar al mismo y por lo tanto facilitar su tratamiento. El análisis de escala siguiente está tomado y extractado de Pielke (1984, Cap. 3), quien hace una excelente presentación del tema. Aquí se hará una discusión general del mismo.

Si se define al volumen específico como la inversa de la densidad, la ecuación (1) se puede escribir:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \alpha \nabla \cdot \mathbf{V} - \mathbf{V} \cdot \nabla \alpha \quad (6)$$

si suponemos que:

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha'$$

donde α_0 representa un valor de referencia característico en la escala sinóptica (más adelante se dará una definición más precisa), y α' representa una perturbación en mesoescala; reemplazando en (6) queda:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_0}{\partial t} + \frac{\partial \alpha'}{\partial t} = & -u \frac{\partial \alpha_0}{\partial x} - u \frac{\partial \alpha'}{\partial x} - v \frac{\partial \alpha_0}{\partial y} - v \frac{\partial \alpha'}{\partial y} - \\ & - w \frac{\partial \alpha_0}{\partial z} - w \frac{\partial \alpha'}{\partial z} + \alpha_0 \left(1 + \frac{\alpha'}{\alpha_0} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

donde supondremos que las variaciones temporales y espaciales horizontales de α_0 son mucho más pequeñas (\ll) que las correspondientes de α' (\ll significa por lo menos 10 veces menor), así que la anterior se reduce a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha'}{\partial t} = & -u \frac{\partial \alpha'}{\partial x} - v \frac{\partial \alpha'}{\partial y} - w \frac{\partial \alpha'}{\partial z} - w \frac{\partial \alpha_0}{\partial z} \\ & + \alpha_0 \left(1 + \frac{\alpha'}{\alpha_0} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

si además suponemos que:

$$\alpha' / \alpha_0 \ll 1 \quad (7)$$

es decir que las perturbaciones en el volumen específico son mucho más pequeñas que su correspondiente valor de referencia, así que la anterior queda:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha'}{\partial t} = & -u \frac{\partial \alpha'}{\partial x} - v \frac{\partial \alpha'}{\partial y} - w \frac{\partial \alpha'}{\partial z} - w \frac{\partial \alpha_0}{\partial z} + \\ & + \alpha_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

El orden de magnitud de cada uno de los términos es el siguiente:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \alpha'}{\partial t} \right| & \sim \frac{\alpha'}{t_\alpha} \quad ; \quad \left| u \frac{\partial \alpha'}{\partial x} \right| \sim \left| v \frac{\partial \alpha'}{\partial y} \right| \sim \frac{U \alpha'}{L_H} \\ \left| w \frac{\partial \alpha'}{\partial z} \right| & \sim \frac{W \alpha'}{L_z} \quad ; \quad \left| w \frac{\partial \alpha_0}{\partial z} \right| \sim \frac{W \alpha_0}{H_\alpha} \\ \left| \alpha_0 \frac{\partial u}{\partial x} \right| & \sim \left| \alpha_0 \frac{\partial v}{\partial y} \right| \sim \frac{\alpha_0 U}{L_H} \quad ; \quad \left| \alpha_0 \frac{\partial w}{\partial z} \right| \sim \alpha_0 \frac{W}{L_z} \end{aligned}$$

donde H_α es la altura de la atmósfera escalada con la densidad de referencia α_0 y L_H , L_z son las escalas horizontal y vertical

$$\frac{1}{H_\alpha} = \frac{1}{\alpha_0} \frac{\partial \alpha_0}{\partial z}$$

en la tropósfera H_α es aproximadamente 8 km. Si se multiplica a cada uno de los órdenes anteriores por $L_H / \alpha_0 U$ y se los copia debajo de cada término de (8), queda:

$$\frac{\partial \alpha'}{\partial t} = -u \frac{\partial \alpha'}{\partial x} - v \frac{\partial \alpha'}{\partial y} - w \frac{\partial \alpha'}{\partial z} - w \frac{\partial \alpha_0}{\partial z}$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha_0} \frac{L_H}{t_\alpha U} \quad \frac{\alpha'}{\alpha_0} \quad \frac{\alpha'}{\alpha_0} \quad \frac{W}{U} \frac{L_H}{L_z} \frac{\alpha'}{\alpha_0} \quad \frac{W}{U} \frac{L_H}{H_\alpha}$$

$$+ \alpha_0 \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_0 \frac{\partial v}{\partial y} + \alpha_0 \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$1 \quad 1 \quad \frac{W}{U} \frac{L_H}{L_z}$$

Si consideramos circulaciones tales que su escala típica vertical L_z sea considerablemente menor que la altura de escala:

$$L_z / H_\alpha \ll 1 \quad (9)$$

y además que $L_H / t_\alpha U \sim 1$ y $(W/U)(L_H / L_z) \sim 1$, como $(W/U)(L_H / H_\alpha) \ll (W/U)(L_H / L_z)$ por (9), los órdenes anteriores quedan, respectivamente:

$$\frac{\alpha'}{\alpha_0} \cdot \frac{\alpha'}{\alpha_0} \quad \frac{\alpha'}{\alpha_0} \quad \frac{\alpha'}{\alpha_0} \ll 1 \sim 1 \sim 1 \sim 1$$

y como por (7) $\alpha' / \alpha_0 \ll 1$, esos términos se pueden despreciar y finalmente la ecuación de conservación de la masa se reduce a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

la cual es conocida como ecuación de continuidad para convección poco profunda o como hipótesis de incompresibilidad.

La suposición $(W/U)(L_H / L_z) \sim 1$ implica que $W/U \sim L_z / L_H$. En mesoescala $L_H \sim 10^2 L_z$ ya que la escala vertical es alrededor de 1.5 a 2 km frente a

100 a 200 km de la escala horizontal, mientras que las velocidades horizontales oscilan entre 1 y 10 m/s y las verticales entre 1 y 10 cm/s, con lo cual aquella relación se cumple. La suposición $L_H/t_\alpha U \sim 1$ también se satisface considerando que $t_\alpha \sim 12$ horas o sea 4×10^4 segundos.

Así, la ecuación de continuidad de la masa se transforma en una ecuación de diagnóstico y como tal se usará para determinar el movimiento vertical.

Para realizar un análisis de escala de la ecuación de movimiento (3) es conveniente separar la componente vertical de las restantes componentes horizontales. Analizaremos primero la componente vertical:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -u \frac{\partial w}{\partial x} - v \frac{\partial w}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega u \cos \varphi \quad (11)$$

Si realizamos un análisis de escala similar al ya efectuado con la ecuación de continuidad de la masa introduciendo valores representativos y escribiéndolos en el mismo orden queda:

$$\frac{W}{t_w} \quad \frac{UW}{L_H} \quad \frac{UW}{L_H} \quad \frac{WU}{L_z} \quad \frac{\alpha \partial p}{H_\alpha} \quad g \quad 2\Omega U$$

donde $\partial p / \partial z \sim P/H_\alpha$ ya que la variación de p en H_α (8 km) es del orden de p misma. Además, si consideramos que $t_w \sim t_\alpha \sim L_H/U$ y reemplazamos arriba queda:

$$\frac{WU}{L_H} \quad \frac{UW}{L_H} \quad \frac{UW}{L_H} \quad \frac{WU}{L_H} \quad \frac{RT}{H_\alpha} \quad g \quad 2\Omega U$$

donde además en el cuarto término se utilizó $W/L_z \sim U/L_H$ y en el quinto término se utilizó la ecuación de estado (5). Como $WU/L_H \sim 10^{-1} \times 10/10^5 = 10^{-5}$; $2\Omega U \sim (4\pi/86400 \text{ seg})U \sim 10^{-3}$, $RT/H_\alpha \sim 3 \times 10^2 \times 3 \times 10^2 / 10^4 \sim 10$ y $g \sim 10$, entonces la (11) queda reducida a:

$$-\alpha \frac{\partial p}{\partial z} - g = 0 \quad (12)$$

que se conoce como aproximación hidrostática y que implica que las aceleraciones verticales son despreciables frente a las fuerzas de presión y de la gravedad y no que las aceleraciones verticales son cero.

La componente horizontal de la ecuación de movimiento según x es:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} + f v - j w \quad (13)$$

donde $f = 2\Omega \sin \varphi$ y $j = 2\Omega \cos \varphi$. Escribiendo los ordenes de magnitud a continuación y en orden:

$$\frac{U}{t_u} \quad \frac{U^2}{L_H} \quad \frac{U^2}{L_H} \quad \frac{WU}{L_z} \quad \frac{\alpha \Delta p_H}{L_H} \quad 2\Omega U \quad 2\Omega W$$

donde si nuevamente consideramos $t_u \sim t_\alpha \sim L_H/U$ y $W/L_z \sim U/L_H$ el primero y el cuarto término quedan del orden de $U^2/L_H \sim 10^2/10^5 = 10^{-3}$. El término $\partial p / \partial x \sim \Delta p_H / L_H \sim 10^{-3} p / 10^5$. Así el término de presión queda del orden de $10^{-8} p \alpha \sim 10^{-8} RT = 10^{-3}$ ya que $RT \sim 3 \times 10^2 \times 3 \times 10^2$. Finalmente $\Omega U \sim 10^{-4} \times 10 = 10^{-3}$ y $\Omega W \sim 10^{-4} \times 10^{-1} \sim 10^{-5}$. Así, todos los términos, excepto jw , son de igual orden de modo que en la (13) vamos a despreciar sólo ese último término. La otra componente horizontal de la ecuación de movimiento, según el eje y, queda en su forma original ya que no aparece término alguno de menor orden (no hay algo equivalente al jw de la componente según el eje x):

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial y} - f u \quad (14)$$

En cuanto a la ecuación termodinámica ya se discutió al comienzo del punto 2.1 la eliminación de los términos de fuentes y sumideros. La forma expandida de (2) es:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u \frac{\partial \theta}{\partial x} - v \frac{\partial \theta}{\partial y} - w \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (15)$$

Si realizamos un estudio del orden de magnitud de cada uno de los términos de (15), considerando que $t_\theta \sim t_\alpha \sim L_H/U$, y el resultado lo escribimos en el mismo orden queda: $\Delta\theta_z U/L_H, \Delta\theta_H U/L_H, \Delta\theta_H U/L_H, \Delta\theta_z W/L_z$. Como en la escala que trabajamos es $\Delta\theta_z \sim \Delta\theta_H \sim \Delta\theta_z$ y además $U/L_H \sim W/L_z$, vemos que todos los términos son de orden comparable de modo que trabajaremos con la forma completa (15) de la ecuación termodinámica.

Así, nuestro sistema de ecuaciones completo es ahora:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} + f v \quad (16.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial y} - f u \quad (16.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u \frac{\partial \theta}{\partial x} - v \frac{\partial \theta}{\partial y} - w \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (16.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (16.4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g/\alpha \quad (16.5)$$

$$\theta = T(1000/p)^{R/p} \quad (16.6)$$

$$p\alpha = RT \quad (16.7)$$

que constituye un sistema cerrado de 7 ecuaciones con 7 incógnitas $u, v, w, \theta, p, \alpha, T$ y es dimensionalmente consistente. Dicho en términos usuales se trata de un modelo hidrostático y poco profundo de la atmósfera en mesoescala.

El sistema (16) debe ser resuelto en un dominio particular y en puntos discretos que deben ser representativos de un determinado volumen y además en instantes que deben ser representativos de un

determinado intervalo de tiempo. Es entonces conveniente promediar las ecuaciones de conservación sobre intervalos espaciales y temporales determinados por la capacidad computacional disponible ya que cuanto menor sean aquellos tanto mayor será la resolución del modelo. Cualquier variable del modelo podrá entonces escribirse así:

$$a = \bar{a} + a^* \quad (17)$$

donde \bar{a} representa el promedio de la variable a en un volumen definido por los incrementos espaciales Δx , Δy , Δz y en un intervalo de tiempo Δt :

$$\bar{a} = \frac{1}{\Delta t \Delta x \Delta y \Delta z} \int_t \int_z \int_y \int_x a \, dx \, dy \, dz \, dt \quad (18)$$

y a^* representa el apartamiento de la variable a respecto del promedio y en la literatura se lo refiere como perturbación subreticular.

Si tomamos la (16.1) y reemplazamos todas las variables por sus equivalentes (17) y luego promediamos de acuerdo a (18) y ese promedio lo indicamos con una barra sobre cada término, queda:

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial}{\partial t} (\bar{u} + u^*)} = & - \overline{(\bar{u} + u^*) \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} + u^*)} - \overline{(\bar{v} + v^*) \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} + u^*)} \\ & - \overline{(\bar{w} + w^*) \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} + u^*)} - \overline{(\bar{\alpha} + \alpha^*) \frac{\partial}{\partial x} (\bar{p} + p^*)} + \overline{f(\bar{v} + v^*)} \end{aligned} \quad (19)$$

Vamos a suponer que las variaciones tanto espaciales como temporales de los promedios son mucho más pequeñas que las correspondientes de los apartamientos. Esto implica una separación de escalas donde en la escala subreticular, el apartamiento puede fluctuar mucho pero en promedio es prácticamente constante. Esto último se puede expresar así:

$$\overline{\overline{a}} = \overline{a} \quad y \quad \overline{a^*} = 0 \quad (20)$$

donde la segunda condición es consecuencia de la primera ya que $a^* = a - \overline{a}$ y $\overline{a^*} = \overline{a - \overline{a}} = 0$. Consideraremos además que los incrementos espaciales y temporales no son función del tiempo ni del espacio así que:

$$\overline{\frac{\partial u}{\partial t}} = \frac{\partial \overline{u}}{\partial t} \quad ; \quad \overline{\frac{\partial u}{\partial x}} = \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} \quad ; \quad etc.$$

El término de la fuerza de presión se puede escribir así:

$$\overline{(\overline{\alpha} + \alpha^*) \frac{\partial}{\partial x} (\overline{p} + p^*)} = \overline{\overline{\alpha} \left(1 + \frac{\alpha^*}{\overline{\alpha}}\right) \frac{\partial}{\partial x} (\overline{p} + p^*)}$$

y si suponemos que $\alpha^*/\overline{\alpha} \sim \alpha^*/\alpha_0$ que, recordando (7), es equivalente a decir que $\alpha^*/\overline{\alpha} \ll 1$ y por lo tanto el término de la presión se puede aproximar a:

$$\overline{\overline{\alpha} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{p} + p^*)} = \overline{\overline{\alpha} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x}} + \overline{\overline{\alpha} \frac{\partial p^*}{\partial x}} = \overline{\overline{\alpha} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x}} \quad (21)$$

Vamos a desarrollar ahora los términos advectivos:

$$\overline{(\overline{u} + u^*) \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u} + u^*)} = \overline{\overline{u} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x}} + \overline{\overline{u} \frac{\partial u^*}{\partial x}} + \overline{u^* \frac{\partial \overline{u}}{\partial x}} + \overline{u^* \frac{\partial u^*}{\partial x}}$$

y usando las siguientes propiedades consecuencia de (20):

$$\overline{\overline{a} a^*} = \overline{\overline{a}} \overline{a^*} = 0 \quad y \quad \overline{\overline{a} \overline{a}} = \overline{\overline{a}} \overline{\overline{a}}$$

queda:

$$\overline{\overline{u} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x}} + \overline{u^* \frac{\partial u^*}{\partial x}}$$

este segundo término no se anula ya que existe una correlación bien definida entre las perturbaciones. Si desarrollamos los otros términos advectivos de (19) de igual forma queda:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{u^* \frac{\partial u^*}{\partial x}} + \overline{v^* \frac{\partial u^*}{\partial y}} + \overline{w^* \frac{\partial u^*}{\partial z}} \quad (22)$$

Vamos a realizar ahora la misma operación de promediado sobre la ecuación de continuidad (16.4):

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} + u^*)} + \overline{\frac{\partial}{\partial y} (\bar{v} + v^*)} + \overline{\frac{\partial}{\partial z} (\bar{w} + w^*)} = \\ = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}^*}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}^*}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

que por (20) implica:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (23)$$

ya que:

$$\frac{\partial \bar{u}^*}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}^*}{\partial z} = 0$$

La (23) asegura que:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial v^*}{\partial y} + \frac{\partial w^*}{\partial z} = 0 \quad (24)$$

ya que si en (16.4) reemplazamos como lo hicimos antes pero sin promediar queda:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial v^*}{\partial y} + \frac{\partial w^*}{\partial z} = 0$$

que por (23) nos conduce a (24).

Si multiplicamos (24) por u^* , la promediamos y la sumamos a (22), esta última queda:

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \overline{u^* \frac{\partial u^*}{\partial x}} + \overline{v^* \frac{\partial u^*}{\partial y}} + \\ \overline{w^* \frac{\partial u^*}{\partial z}} + \overline{u^* \frac{\partial u^*}{\partial x}} + \overline{u^* \frac{\partial v^*}{\partial y}} + \overline{u^* \frac{\partial w^*}{\partial z}} \end{aligned}$$

que reordenando queda:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial (\overline{u^* u^*})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{v^* u^*})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{w^* u^*})}{\partial z} \quad (25)$$

ya que, por ejemplo:

$$\frac{\partial (\overline{v^* u^*})}{\partial y} = \overline{v^* \frac{\partial u^*}{\partial y}} + \overline{u^* \frac{\partial v^*}{\partial y}}$$

si reemplazamos ahora la forma final de los tres términos advectivos (25) en (19), y la forma final del término de la presión (21) también en (19), esta queda así:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = & -\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \bar{\alpha} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f \bar{v} \\ & - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u^* u^*}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v^* u^*}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w^* u^*}) \end{aligned} \quad (26)$$

Si comparamos (26) con (16.1) vemos que excepto los tres últimos términos, los restantes tienen una forma similar donde unos se refieren a la parte media de las variables y los otros a la parte total (parte media más apartamiento). Pero los tres últimos términos de (26) no existían en (16.1) y son las correlaciones subreticulares de los apartamientos. Estos términos son los denominados flujos turbulentos de momento por unidad de masa y representan la contribución de las escalas más pequeñas a la escala reticular de resolución del modelo. Esto agrega nuevas variables al sistema original con lo cual se plantea un problema de clausura. Si buscamos ecuaciones para estos términos multiplicando a las ecuaciones de u , v , w por u , v , w respectivamente y promediando podríamos demostrar fácilmente, aunque no se hará en este contexto, que aparecerían términos de la forma uuu , uuv , uuv , uvu , etc., y se nos plantearía nuevamente un problema de clausura. En este trabajo se adoptó la clausura de primer orden es decir se reemplazó esos términos en función de variables del estado medio haciéndolos proporcionales a las cortantes del movimiento medio \bar{u} a través de un coeficiente:

$$\begin{aligned} -\overline{u^* u^*} &= K_H \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \\ -\overline{v^* u^*} &= K_H \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \\ -\overline{w^* u^*} &= K_Z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \end{aligned} \quad (27)$$

donde K_H y K_Z representan los coeficientes de intercambio turbulento de cantidad de movimiento por unidad de masa en la horizontal y en la vertical respectivamente. Entonces, la forma definitiva de (26), introduciendo (27) es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = & - \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \bar{\alpha} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f \bar{v} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

Razonando de igual modo que con (16.1) arribaremos a la siguiente forma para (16.2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = & - \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \bar{\alpha} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - f \bar{u} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

Si en la ecuación termodinámica (16.3) reemplazamos cada variable por su parte media y su perturbación como ya se hizo antes con u, v, w y ahora con $\theta = \bar{\theta} + \theta^*$, promediando y operando de igual forma que antes arribaremos a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = & - \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\overline{u^* \theta^*} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\overline{v^* \theta^*} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{w^* \theta^*} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

donde ahora los últimos tres términos representan los flujos turbulentos de calor que haremos proporcionales, como en (27), a las cortantes de temperatura potencial media $\bar{\theta}$:

$$- \overline{u^* \theta^*} = K_{TH} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x}$$

$$- \overline{v^* \theta^*} = K_{TH} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y}$$

$$- \overline{w^* \theta^*} = K_{Tz} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$$

así, la forma final de (16.3) es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = & - \bar{u} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} - \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{TH} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{TH} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{TZ} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (31)$$

Podemos también definir a los promedios de cualquiera de las variables \bar{a} como compuestos por una parte representativa de un promedio en escala mayor que la mesoescala, por ejemplo escala sinóptica, que denominaremos a_0 , más un apartamiento respecto de este último que denominaremos a' , es decir:

$$\bar{a} = a_0 + a' \quad (32)$$

donde a_0 queda definido formalmente así:

$$a_0 = \frac{1}{D_x D_y} \int_{x_0}^{x_0 + D_x} \int_{y_0}^{y_0 + D_y} \bar{a} \, dx \, dy \quad (33)$$

donde D_x, D_y representan distancias grandes comparadas con la distancia entre puntos del retículo y pueden ser tan grandes como el dominio horizontal del modelo. Así, combinando (17) y (32), cualquier variable a se puede escribir como sigue:

$$a = a_0 + a' + a^* \quad (34)$$

donde a_0 representa el promedio de la variable en una escala casi comparable o mayor que la del dominio del modelo, a' representa el apartamiento en mesoescala respecto de aquel promedio y finalmente a^* representa el apartamiento a nivel subreticular respecto de los dos anteriores. La (33) es la definición formal del a_0 que introducimos en (6).

Si tomamos ahora la ecuación hidrostática (16.5) y reemplazamos primero por la forma (17) y promediamos queda:

$$(\bar{\alpha} + \alpha^*) \frac{\partial}{\partial z} (\bar{p} + p^*) + g = \bar{\alpha} \left(1 + \frac{\alpha^*}{\bar{\alpha}}\right) \frac{\partial}{\partial z} (\bar{p} + p^*) + g$$

y como $\alpha^*/\bar{\alpha} \ll 1$ la anterior queda:.

$$\bar{\alpha} \frac{\partial}{\partial z} (\bar{p} + p^*) + g = \bar{\alpha} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + g$$

ya que $\partial p^*/\partial z = 0$. Ahora reemplazamos en la anterior por la forma (32):

$$(\alpha_0 + \alpha') \frac{\partial}{\partial z} (p_0 + p') + g = 0$$

$$\alpha_0 \frac{\partial p_0}{\partial z} + \alpha' \frac{\partial p_0}{\partial z} + (\alpha_0 + \alpha') \frac{\partial p'}{\partial z} + g = 0 \quad (35)$$

Antes probamos al arribar a la ecuación hidrostática que ésta era válida si $L_z \ll L_H$ y en mesoescala se justificaba ampliamente ya que $L_z \sim 10^{-2} L_H$. En escala horizontal mayor que la mesoescala la hipótesis hidrostática es aún más justificable así que:

$$\alpha_0 \frac{\partial p_0}{\partial z} = -g \quad (36)$$

y reemplazando en (35) y operando:

$$-g + (\alpha_0 + \alpha') \frac{\partial p'}{\partial z} - \alpha' g / \alpha_0 + g =$$

$$\alpha_0 (1 + \alpha' / \alpha_0) \frac{\partial p'}{\partial z} - \alpha' / \alpha_0 g = 0$$

y ahora consideraremos que $\alpha'/\alpha_0 \ll 1$ y la anterior queda:

$$\alpha_0 \frac{\partial p'}{\partial z} - \alpha'_0 g \approx 0 \quad \dot{\alpha}$$

$$\frac{\partial p'}{\partial z} = \frac{\alpha'_0}{\alpha_0} g \quad (37)$$

De este modo la ecuación hidrostática se desdobló en dos: la (36) relaciona los promedios representativos de mayor escala y la (37) relaciona los apartamientos en mesoescala. Podemos todavía poner la (37) en términos de la temperatura potencial en lugar del volumen específico. Diferenciando logarítmicamente la ecuación de estado (16.7):

$$\frac{\delta \alpha}{\alpha} = \frac{\delta T}{T} - \frac{\delta p}{p}$$

suponiendo que:

$$\begin{array}{lll} \delta \alpha \sim \alpha' & \delta T \sim T' & \delta p \sim p' \\ \alpha \sim \alpha_0 & T \sim T_0 & p \sim p_0 \end{array}$$

queda:

$$\frac{\alpha'}{\alpha_0} \approx \frac{T'}{T_0} - \frac{p'}{p_0} \quad (38)$$

si diferenciamos logarítmicamente la temperatura potencial en (16.6):

$$\frac{\delta \theta}{\theta} = \frac{\delta T}{T} - \frac{R}{C_p} \frac{\delta p}{p}$$

donde suponiendo nuevamente que:

$$\delta \theta \sim \theta' \quad \text{y} \quad \theta \sim \theta_0$$

queda:

$$\frac{T'}{T_0} \approx \frac{\theta'}{\theta_0} + \frac{R}{C_p} \frac{p'}{p_0}$$

si ahora reemplazamos T'/T_0 de arriba en la (38) queda:

$$\frac{\alpha'}{\alpha_0} \approx \frac{\theta'}{\theta_0} - \left(1 - \frac{R}{C_p}\right) \frac{p'}{p_0} = \frac{\theta'}{\theta_0} - \frac{C_v}{C_p} \frac{p'}{p_0} \quad (39)$$

Vamos a estudiar los órdenes de magnitud en (39):

$$\alpha_0 \frac{\partial p'}{\partial z} \sim \alpha_0 \frac{p'}{L_z}$$

además de (37):

$$\alpha_0 \frac{\partial p'}{\partial z} \approx \frac{\alpha'}{\alpha_0} g$$

así que:

$$\frac{\alpha_0 p'}{L_z} \sim \frac{\alpha'}{\alpha_0} g \quad \text{ó} \quad \frac{R T_0}{L_z} \frac{p'}{p_0} \sim \frac{\alpha'}{\alpha_0} g$$

de modo que:

$$\frac{p'}{p_0} \sim \frac{\alpha'}{\alpha_0} \quad g \frac{L_z}{R T_0} \sim \frac{\alpha'}{\alpha_0} \frac{10 \cdot 10^3}{3 \times 10^2 \cdot 3 \times 10^2} \sim 10^{-1} \frac{\alpha'}{\alpha_0}$$

y como además $c_v / c_p \ll 1$ podemos despreciar el último término en (39) que queda una vez aproximada:

$$\frac{\alpha'}{\alpha_0} = \frac{\theta'}{\theta_0}$$

y reemplazando esta última en (37) queda:

$$\frac{\partial p'}{\partial z} = \frac{\theta'}{\theta_0} \frac{g}{L_0} \quad (40)$$

Así, la (40) conjuntamente con la (36) son las formas desdobladas de la ecuación hidrostática (16.5).

Entonces en nuestro sistema original (16) reemplazamos las (16.1) y (16.2) por las (28) y (29) respectivamente, la (16.3) por la (31), la (16.4) por la (23), la (16.5) por la (36) y (40) simultáneamente. Además la (16.6) y (16.7) quedan satisfechas por los promedios representativos de mayor escala definidos según (33); θ_0 , T_0 , p_0 y α_0 .

Con las consideraciones anteriores nuestro sistema original (16) se transforma en el siguiente sistema (41) donde se ha omitido por simplicidad la barra sobre las variables promedio definidas según (18). De modo que de ahora en más todas aquellas variables que aparezcan sin indicación especial alguna se refieren a esos promedios, pero se mantendrá el subíndice "0" para los promedios de mayor escala y el supraíndice ' para los apartamientos en mesoescala. Por último se destaca que en la fuerza de presión se ha despreciado α' frente a α_0 como ya hicimos antes. Esto último tiene una ventaja adicional que se verá más adelante. Así, el sistema (41) queda:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} - \alpha_0 \frac{\partial p}{\partial x} + f v \\ & + \frac{\partial}{\partial x} (K_H \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_H \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial u}{\partial z}) \end{aligned} \quad (41.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} = & -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} - \alpha_0 \frac{\partial p}{\partial y} - f u \\ & + \frac{\partial}{\partial x} (K_H \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_H \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial v}{\partial z}) \end{aligned} \quad (41.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} = & -u \frac{\partial \theta}{\partial x} - v \frac{\partial \theta}{\partial y} - w \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} (K_{TH} \frac{\partial \theta}{\partial x}) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} (K_{TH} \frac{\partial \theta}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_{Tz} \frac{\partial \theta}{\partial z}) \end{aligned} \quad (41.3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \quad (41.4)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -g/\alpha_0 \quad (41.5)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial z} = g/\alpha_0 \frac{\theta'}{\theta_0} \quad (41.6)$$

$$p = p_0 + p' \quad (41.7)$$

$$\theta' = \theta - \theta_0 \quad (41.8)$$

El sistema (41) constituye un sistema cerrado de 8 ecuaciones con 8 incógnitas: $u, v, w, \theta, \theta', p, p_0$ y p' . Tanto α_0 como θ_0 se calculan de la siguiente forma:

$$\alpha_0 = R T_{00} / p_{00} \quad (41.9)$$

$$\theta_0 = T_{00} (1000 / p_{00})^{R/c_p} \quad (41.10)$$

donde T_{00} y p_{00} son valores de referencia en superficie y que se toman constantes. Por último, f ya fue definido antes y los coeficientes de intercambio turbulento K_H , K_z , K_{TH} y K_{Tz} se definirán más adelante. Las tres primeras (41.1) a (41.3) constituyen las ecuaciones de pronóstico para u , v , y θ respectivamente; mientras que las cinco últimas (41.4) a (41.8) constituyen las ecuaciones de diagnóstico para w , p_0 , p' , p y θ' respectivamente.

2.2 DOMINIO DE RESOLUCION

Por las características de este modelo es conveniente tratar por separado las características del dominio vertical y las del dominio horizontal. En primer lugar trataremos al dominio vertical. Este sigue en líneas generales el adoptado por la mayoría de los autores y que ya fuera utilizado en modelos previos (Berri, 1977 y Berri, 1978).

En la capa límite atmosférica se pueden distinguir dos subcapas con características distintas y perfectamente definidas: una capa de superficie y una capa espiral. La capa de superficie se extiende desde la superficie terrestre hasta una altura que, aunque variable, es de algunas decenas de metros. En este trabajo se toma un valor constante de 40 metros. Por encima de éste se extiende la capa espiral hasta una altura de alrededor de 1500 metros sobre la superficie terrestre, aunque ésta también es variable. En esta capa la fuerza de fricción decrece con la altura y por efecto de la fuerza de Coriolis, el viento rota con la altura hasta alcanzar la dirección del viento geostrófico en el tope H de esta capa que se toma constante e igual a 1500 m. En esta capa se resuelve el sistema (41) tal cual está planteado. La capa de superficie se caracteriza por la casi constancia, con la altura, de los flujos verticales de momento y calor, ya que esos varían tan sólo un 10%. A consecuencia de esto el viento crece rápidamente con la altura pero no varía su dirección. Como los términos de difusión

turbulenta son los de mayor orden de las (41.1) a (41.3) y si suponemos que las variaciones temporales son pequeñas comparadas con aquellos, las (41.1) a (41.3) se transforman en la capa de superficie en:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (42.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0 \quad (42.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(K_{Tz} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = 0 \quad (42.3)$$

donde se ha considerado además que la difusión horizontal es también despreciable frente a la vertical. La capa de superficie es la porción de la capa límite atmosférica más estudiada por su proximidad al suelo. La teoría de la similitud de Monin-Obukhov (Haugen, 1973) presenta una descripción de la capa de superficie que ha sido verificada por numerosos autores y es ampliamente reconocida en toda la bibliografía especializada. Esta teoría postula que la solución al sistema (42) es la siguiente:

$$\frac{kz}{u_*} \frac{\partial |V|}{\partial z} = \phi_M \left(\frac{z}{L} \right) \quad (43.1)$$

$$\frac{kz}{\theta_*} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \phi_h \left(\frac{z}{L} \right) \quad (43.2)$$

donde en la (43.1) se trata al módulo del viento $|V| = |u\hat{i} + v\hat{j}|$ y luego se hace $u = |V| \cos \hat{\alpha}$ y $v = |V| \sin \hat{\alpha}$, donde $\hat{\alpha}$ representa el ángulo que forma el viento con la dirección de las isobaras que es la dirección del viento geostrófico; k es la constante de Von Karman, u_* la velocidad de fricción y θ_* es un flujo turbulento de calor normalizado con u_* , $\theta_* = -w'\theta'/u_*$. Los gradientes adimensionales ϕ_M , ϕ_h han sido evaluados por diferentes autores. En este trabajo se adoptan los de Businger (1973), que son más los aceptados:

$$\phi_M(\frac{z}{L}) = (1 - 15 z/L)^{-1/4} \text{ si } L < 0 \quad (44.1)$$

$$\phi_h(\frac{z}{L}) = 0.74 (1 - 9 z/L)^{-1/2} \text{ si } L < 0 \quad (44.2)$$

$$\phi_M(\frac{z}{L}) = 1 + 4.7 z/L \text{ si } L > 0 \quad (45.1)$$

$$\phi_h(\frac{z}{L}) = 0.74 + 4.7 z/L \text{ si } L > 0 \quad (45.2)$$

donde L representa la longitud de Monin-Obukhov:

$$L = T_{c0} u_*^2 / k g \theta_* \quad (46)$$

Las (43.1) y (43.2) han sido integradas por Paulson (1970), obteniéndose:

$$|W(z)| = (u_*/k) [L N(z/z_0) - \psi_M(z/L)] \quad (47.1)$$

$$\theta(z) = \theta^0 + 0.74 \theta_* [L N(z/z_0) - \psi_h(z/L)] \quad (47.2)$$

donde:

$$\begin{aligned} \psi_M &= 2 L N[(1 + \phi_M^{-1})/2] + L N[(1 + \phi_M^{-2})/2] \\ &\quad - 2 \tan^{-1}[\phi_M^{-1}] + \pi/2 \quad \text{si } L < 0 \end{aligned} \quad (48.1)$$

$$\psi_h = 2 L N[(1 + \phi_h^{-1})/2] \quad \text{si } L < 0 \quad (48.2)$$

$$\psi_M = -4.7 z/L \quad \text{si } L > 0 \quad (49.1)$$

$$\psi_h = -6.4 z/L \quad \text{si } L > 0 \quad (49.2)$$

en donde θ^0 es el valor de θ en $z=z_0$ siendo este último el parámetro de rugosidad que en este trabajo se tomó igual a 1 cm.

Así, dentro de la capa de superficie, las ecuaciones de pronóstico (41.1) a (41.3) se transforman en las siguientes ecuaciones de diagnóstico:

$$U(z) = (u_* / k) [L_N(z/z_0) - \psi_M(z/L)] \cos \hat{\alpha} \quad (50.1)$$

$$V(z) = (u_* / k) [L_N(z/z_0) - \psi_M(z/L)] \sin \hat{\alpha} \quad (50.2)$$

$$\theta(z) = \theta^0 + 0.74 \theta_* [L_N(z/z_0) - \psi_h(z/L)] \quad (50.3)$$

Las ventajas de incluir esta capa de superficie de flujos constantes son básicamente dos; la primera es que permite utilizar los postulados de una teoría suficientemente verificada, la de la similitud de Monin-Obukhov; y la segunda es que facilita la solución numérica ya que no requiere de muchos niveles para resolver convenientemente la zona de mayores gradientes verticales de u , v y θ . La utilización de esta capa en modelos numéricos es discutida en extenso, por Taylor y Delage (1971).

Es decir que las (50.1) a (50.3) son ecuaciones para la interpolación entre los valores de u , v , y θ entre el tope de la capa de superficie h y el nivel del parámetro de rugosidad z_0 que es donde se define $\theta^0(t)$ que será el forzante del modelo.

El dominio vertical del modelo queda definido por 12 niveles: 0.01, 10, 40, 80, 140, 220, 350, 550, 800, 1100, 1500 y 2000 metros. El primer nivel 0.01 metros es coincidente con el parámetro de rugosidad z_0 , el tercer nivel 40 metros es coincidente con el tope de la capa de superficie h , el penúltimo nivel de 1500 metros es coincidente con el tope de la capa límite H y el último nivel de 2000 metros es el tope material del modelo. El espaciamiento es del tipo logarítmico-lineal obteniéndose así mayor resolución en las capas más bajas (el Δz crece logarítmicamente) y menor resolución en las capas más altas (Δz tiende a ser constante), lográndose así mayor resolución en las capas más bajas donde los gradientes verticales son mayores.

El dominio horizontal del modelo es tal que una de las coordenadas es paralela a la costa y la otra coordenada es localmente perpendicular a la anterior. En la Figura 1 se muestran las nuevas coordenadas x^* , y y^* .

Esta distribución de coordenadas ha sido dibujada a mano con dos

criterios fundamentales; el primero que haya mayor resolución cerca de la costa que es donde se dan los mayores gradientes horizontales; el segundo criterio es que ambas coordenadas sean localmente perpendiculares. Se logra así una resolución diferencial tal que lejos de la costa, donde los gradientes horizontales son menores, los incrementos Δx ó Δy superan en un factor 5 a los mismos sobre la costa. Este cambio de coordenadas impone una transformación del sistema (41) en la horizontal. En la vertical no es necesaria la transformación ya que, como se verá más adelante, el problema unidimensional de espaciamiento variable se puede tratar fácilmente.

2.3 TRANSFORMACION DE COORDENADAS HORIZONTALES

Para la transformación del sistema (41) seguiremos básicamente el tratamiento de Ferreri y Ventura (1982), desarrollado en detalle para este modelo en Berri (1986).

Se quiere resolver un problema diferencial:

$$D(d(x_i)) = 0 \quad (51)$$

en un recinto R que tiene una forma arbitraria. El problema diferencial (51) es el sistema hidrodinámico de ecuaciones diferenciales (41). El recinto R tiene una forma adaptada a las características topográficas de la región de aplicación del modelo. La transformación de coordenadas permite definir otro recinto, R^* , que es un recinto regular donde los puntos en los que se resolverá el nuevo problema diferencial están regularmente espaciados. Así, el problema (51) se transforma en:

$$D^*(d(x_i^*)) = 0 \quad (52)$$

en el nuevo recinto R^* . El problema (51) está definido en el sistema de coordenadas:

$$x_i = x_i(x_j^*) \quad , \quad i, j = 1, 2 \quad (53)$$

al cual queremos transformar según su inversa:

$$x_j^* = x_j^*(x_i) \quad (54)$$

La inversa (54) existirá si (53) es continua, con derivadas continuas y además:

$$J = \frac{\partial(x_i)}{\partial(x_j^*)} \neq 0 \quad (55)$$

en todo el recinto J es el jacobiano de la transformación (Rey Pastor, 1957).

Como se desea resolver el problema (52) las nuevas expresiones deberán estar en función de los x_j^* . El problema básico se reduce a obtener las expresiones de los operadores diferenciales de primer y segundo orden que aparecen en el sistema hidrodinámico que define (51). De (53) se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial x_j^*}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j^*} \quad j = 1, 2 \quad (56)$$

donde estos operadores son aplicables a las funciones d de (51).

Como la transformación sigue la topografía, las nuevas coordenadas se eligieron manualmente y su disposición se muestra en la Figura 1. O sea que se conoce (53) pero no (54). Por lo tanto hay que calcular los coeficientes de (56) usando las propiedades de la función implícita del cálculo diferencial (Rey Pastor, 1957):

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = (-1)^{i-1} (-1)^{j-1} J^{-1} J_{ji} \frac{\partial}{\partial x_j^*} \quad j = 1, 2 \quad (57)$$

donde J es el jacobiano de (55), J_{ji} es el jacobiano que se obtiene al eliminar la fila y columna j, i de J. Como los x_j^* son independientes entre sí, los coeficientes de (56) se obtienen aplicando (57) a x_j^* :

$$\frac{\partial X_i^*}{\partial X_c} = (-1)^{i-1} (-1)^{j-1} J^{-1} J_{ji} \quad (58)$$

Pero el sistema hidrodinámico incluye derivadas segundas que se pueden obtener a partir de (56) derivando respecto de x_k :

$$\frac{\partial}{\partial X_k} = \frac{\partial}{\partial X_c} \left(\frac{\partial X_j^*}{\partial X_c} \cdot \frac{\partial}{\partial X_j^*} \right) = \frac{\partial^2 X_j^*}{\partial X_k \partial X_c} \frac{\partial}{\partial X_j^*} + \frac{\partial X_j^*}{\partial X_c} \frac{\partial}{\partial X_k} \left(\frac{\partial}{\partial X_j^*} \right) \quad (59)$$

Si se aplica nuevamente (56) a $\partial / \partial X_j^*$ se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial X_k} \left(\frac{\partial}{\partial X_j^*} \right) = \frac{\partial X_r^*}{\partial X_k} \frac{\partial^2}{\partial X_j^* \partial X_r^*} \quad r=1,2$$

la que reemplazando en (59) permite obtener:

$$\frac{\partial^2}{\partial X_k \partial X_c} = \frac{\partial^2 X_j^*}{\partial X_k \partial X_c} \frac{\partial}{\partial X_j^*} + \frac{\partial X_j^*}{\partial X_c} \frac{\partial X_r^*}{\partial X_k} \frac{\partial^2}{\partial X_j^* \partial X_r^*} \quad (60)$$

Los términos turbulentos en las ecuaciones del sistema (41) presentan operadores de la forma $\partial^2 / \partial x_i^2$. Así, los términos que interesan se obtienen haciendo $k = i$ en (60):

$$\frac{\partial^2}{\partial X_c^2} = \frac{\partial^2 X_j^*}{\partial X_c^2} \frac{\partial}{\partial X_j^*} + \frac{\partial X_j^*}{\partial X_c} \frac{\partial X_r^*}{\partial X_c} \frac{\partial^2}{\partial X_j^* \partial X_r^*} \quad (61)$$

Para poder aplicar (61) es necesario conocer los operadores $\partial^2 X_j^* / \partial x_i^2$. estos últimos se pueden hallar aplicando (61) a x_k :

$$0 = \frac{\partial^2 X_k}{\partial X_c^2} = \frac{\partial^2 X_j^*}{\partial X_c^2} \frac{\partial X_k}{\partial X_j^*} + \frac{\partial X_j^*}{\partial X_c} \frac{\partial X_r^*}{\partial X_c} \frac{\partial^2 X_k}{\partial X_j^* \partial X_r^*} \quad (62)$$

La (62) define un sistema de cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas que son los cuatro coeficientes de $\partial^2 X_j^* / \partial x_i^2$ que hacen falta para (61).

La transformación que se eligió es independiente del tiempo y vincula puntos del espacio físico (x, y) con puntos del espacio transformado (x^*, y^*) mediante:

$$x^* = X^*(x, y)$$

$$y^* = Y^*(x, y) \quad (63)$$

Como la transformación se hizo manualmente, se dibujó las nuevas coordenadas horizontales (x^*, y^*) siguiendo básicamente la costa con un espaciamiento logarítmico de la coordenada normal a la costa. La coordenada x^* es perpendicular e y^* paralela a la costa, respectivamente. Como el modelo se resuelve en puntos discretos, sólo en ellos es necesario conocer los coeficientes de la transformación.

En realidad no se conocen las (63) sino sus inversas:

$$x = X(x^*, y^*)$$

$$y = Y(x^*, y^*) \quad (64)$$

por ello fue necesario desarrollar (58), (61) y (62). Las derivadas primeras se obtienen de (56), teniendo en cuenta (63):

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial X^*}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x^*} + \frac{\partial Y^*}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y^*}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial X^*}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x^*} + \frac{\partial Y^*}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y^*} \quad (65)$$

cuyos coeficientes se obtienen de (58) teniendo en cuenta (64):

$$\frac{\partial X^*}{\partial x} = J^{-1} \frac{\partial Y}{\partial y^*}$$

$$\frac{\partial X^*}{\partial y} = (-1) J^{-1} \frac{\partial X}{\partial y^*}$$

$$\frac{\partial y^*}{\partial x} = (-1) J^{-1} \frac{\partial y}{\partial x^*}$$

$$\frac{\partial y^*}{\partial y} = J^{-1} \frac{\partial x}{\partial x^*} \quad (66)$$

donde J es el jacobiano de la transformación (64):

$$J = \frac{\partial (x, y)}{\partial (x^*, y^*)} = \left[\frac{\partial x}{\partial x^*} \frac{\partial y}{\partial y^*} - \frac{\partial x}{\partial y^*} \frac{\partial y}{\partial x^*} \right] \quad (67)$$

Reemplazando (66) y (67) en (65), se obtiene la expresión final para las derivadas primeras:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \left[\frac{\partial y}{\partial y^*} \frac{\partial}{\partial x^*} - \frac{\partial y}{\partial x^*} \frac{\partial}{\partial y^*} \right] / J \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \left[-\frac{\partial x}{\partial y^*} \frac{\partial}{\partial x^*} + \frac{\partial x}{\partial x^*} \frac{\partial}{\partial y^*} \right] / J \end{aligned} \quad (68)$$

Las derivadas segundas se obtienen de (61), teniendo en cuenta (63):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 x^*}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial x^*} + \frac{\partial^2 y^*}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial y^*} + \left(\frac{\partial x^*}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} + \\ &+ \left(\frac{\partial y^*}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial y^{*2}} + 2 \frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial x^* \partial y^*} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 X^*}{\partial y^2} \frac{\partial}{\partial x^*} + \frac{\partial^2 y^*}{\partial y^2} \frac{\partial}{\partial y^*} + \left(\frac{\partial X^*}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} +$$

$$+ \left(\frac{\partial y^*}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial y^{*2}} + 2 \frac{\partial X^*}{\partial y} \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial^2}{\partial x^* \partial y^*} \quad (69)$$

pero falta conocer los coeficientes $\partial^2 x_j^* / \partial x_i^2$. Si se tiene en cuenta la (63), aplicando las dos de (69) a x e y sucesivamente se obtiene un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas que son los coeficientes $\partial^2 x^* / \partial x^2$, $\partial^2 x^* / \partial y^2$, $\partial^2 y^* / \partial x^2$ y $\partial^2 y^* / \partial y^2$:

$$\frac{\partial^2 X^*}{\partial x^2} \frac{\partial X}{\partial x^*} + \frac{\partial^2 y^*}{\partial x^2} \frac{\partial X}{\partial y^*} + \left(\frac{\partial X^*}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 X}{\partial x^{*2}} +$$

$$+ \left(\frac{\partial y^*}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 X}{\partial y^{*2}} + 2 \frac{\partial X^*}{\partial x} \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial^2 X}{\partial x^* \partial y^*} = 0$$

$$\frac{\partial^2 X^*}{\partial y^2} \frac{\partial Y}{\partial x^*} + \frac{\partial^2 y^*}{\partial y^2} \frac{\partial Y}{\partial y^*} + \left(\frac{\partial X^*}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^{*2}} +$$

$$+ \left(\frac{\partial y^*}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial y^{*2}} + 2 \frac{\partial X^*}{\partial y} \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^* \partial y^*} = 0$$

$$\frac{\partial^2 X^*}{\partial x^2} \frac{\partial Y}{\partial x^*} + \frac{\partial^2 y^*}{\partial x^2} \frac{\partial Y}{\partial y^*} + \left(\frac{\partial X^*}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^{*2}} +$$

$$+ \left(\frac{\partial y^*}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial y^{*2}} + 2 \frac{\partial X^*}{\partial x} \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^* \partial y^*} = 0$$

$$\frac{\partial^2 X^*}{\partial y^2} \frac{\partial X}{\partial x^*} + \frac{\partial^2 y^*}{\partial y^2} \frac{\partial X}{\partial y^*} + \left(\frac{\partial X^*}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 X}{\partial x^{*2}} +$$

$$+ \left(\frac{\partial y^*}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 X}{\partial y^{*2}} + 2 \frac{\partial X^*}{\partial y} \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial^2 X}{\partial x^* \partial y^*} = 0 \quad (70)$$

y el sistema (70) se resuelve por determinantes.

Sólo resta en el sistema (41) reemplazar las derivadas primeras $\partial/\partial x_i$ por su expresión (68) y las derivadas segundas $\partial^2/\partial x_i^2$ por su expresión (69), teniendo en cuenta para esta última (70). Así, el sistema (41) queda expresado, en las nuevas coordenadas, en términos de las derivadas $\partial/\partial x_j^*$ y $\partial^2/\partial x_j^{*2}$, con coeficientes $\partial x_i/\partial x_j^*$ y $\partial^2 x_i/\partial x_j^{*2}$. Por simplicidad en el tratamiento, las derivadas primeras y segundas se reemplazarán por sus expresiones (65) y (69), donde los coeficientes de estas dos últimas se obtendrán de (66) y (70).

Vamos a desarrollar primero la (41.1). Previamente vamos a desarrollar el producto de derivadas de los términos difusivos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} - \alpha_0 \frac{\partial p}{\partial x} + f v + \\ & + K_H \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial K_H}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial K_H}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (71) \end{aligned}$$

Se reemplazan ahora las derivadas primeras de (65) y las derivadas segundas de (69) en (71) y se reagrupan en términos de las derivadas de u en el nuevo sistema de coordenadas, la (71) queda así:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & \left[-u \frac{\partial x^*}{\partial x} - v \frac{\partial x^*}{\partial y} + \frac{\partial x^*}{\partial x} \left(\frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial K_H}{\partial x^*} + \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial K_H}{\partial y^*} \right) + \right. \\ & + K_H \left(\frac{\partial^2 x^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 x^*}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial x^*}{\partial y} \left(\frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial K_H}{\partial x^*} + \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial K_H}{\partial y^*} \right) \left. \right] \frac{\partial u}{\partial x^*} \\ & + \left[-u \frac{\partial y^*}{\partial x} - v \frac{\partial y^*}{\partial y} + \frac{\partial y^*}{\partial x} \left(\frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial K_H}{\partial x^*} + \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial K_H}{\partial y^*} \right) + \right. \\ & + K_H \left(\frac{\partial^2 y^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y^*}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial y^*}{\partial y} \left(\frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial K_H}{\partial x^*} + \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial K_H}{\partial y^*} \right) \left. \right] \frac{\partial u}{\partial y^*} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ K_H \left[\left(\frac{\partial x^*}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial x^*}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} \frac{\partial^2 u}{\partial x^{*2}} + \left\{ K_H \left[\left(\frac{\partial y^*}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial y^*}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} \frac{\partial^2 u}{\partial y^{*2}} \\
& + 2 K_H \left(\frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial y^*}{\partial x} + \frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial y^*}{\partial y} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^* \partial y^*} - W \frac{\partial u}{\partial z} \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \alpha_0 \frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x^*} - \alpha_0 \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y^*} + f v \quad (72)
\end{aligned}$$

En esta última aparecen términos de la forma de términos advectivos: $\partial u / \partial x^*$ y $\partial u / \partial y^*$; términos difusivos: $\partial^2 u / \partial x^{*2}$ y $\partial^2 u / \partial y^{*2}$ y un término mixto $\partial^2 u / \partial x^* \partial y^*$, todos ellos producto de la transformación. Pero ahora las velocidades de advección tienen una forma más compleja que la tradicional en el sistema de coordenadas original. El término de la presión aparece desdoblado y la difusión vertical inalterada ya que la transformación afecta sólo las coordenadas horizontales. Por último, el término de Coriolis no cambia ya que no contiene derivadas.

Si se desarrolla la componente de la ecuación de movimiento para v , (41.2) de igual forma que se hizo con la (41.1) se llega a una forma similar que la (72) con los mismos coeficientes que multiplican a las derivadas en el nuevo sistema ya que los términos en derivadas parciales de u y v son los mismos. Lo mismo pasa con la ecuación termodinámica (41.3) ya que sus términos advectivos y difusivos tienen la misma forma que en (71) cambiando u por θ dentro de las derivadas.

Es por lo tanto conveniente introducir las siguientes funciones auxiliares para las dos componentes de la ecuación de movimiento:

$$\begin{aligned}
AUXM1 &= -u \frac{\partial x^*}{\partial x} - v \frac{\partial x^*}{\partial y} + \frac{\partial x^*}{\partial x} \left(\frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial K_H}{\partial x^*} + \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial K_H}{\partial y^*} \right) \\
&+ K_H \left(\frac{\partial^2 x^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 x^*}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial x^*}{\partial y} \left(\frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial K_H}{\partial x^*} + \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial K_H}{\partial y^*} \right) \\
AUXM2 &= -u \frac{\partial y^*}{\partial x} - v \frac{\partial y^*}{\partial y} + \frac{\partial y^*}{\partial x} \left(\frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial K_H}{\partial x^*} + \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial K_H}{\partial y^*} \right) \\
&+ K_H \left(\frac{\partial^2 y^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y^*}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial y^*}{\partial y} \left(\frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial K_H}{\partial x^*} + \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial K_H}{\partial y^*} \right)
\end{aligned}$$

$$AUXM3 = K_H \left[\left(\frac{\partial X^*}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial X^*}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$AUXM4 = K_H \left[\left(\frac{\partial Y^*}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y^*}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$AUXM5 = 2 K_H \left(\frac{\partial X^*}{\partial x} \frac{\partial Y^*}{\partial x} + \frac{\partial X^*}{\partial y} \frac{\partial Y^*}{\partial y} \right) \quad (73)$$

y las siguientes funciones auxiliares para la ecuación termodinámica:

$$\begin{aligned} AUXT1 = & -u \frac{\partial X^*}{\partial x} - v \frac{\partial X^*}{\partial y} + \frac{\partial X^*}{\partial x} \left(\frac{\partial X^*}{\partial x} \frac{\partial K_{TH}}{\partial x^*} + \frac{\partial Y^*}{\partial x} \frac{\partial K_{TH}}{\partial y^*} \right) \\ & + K_{TH} \left(\frac{\partial^2 X^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X^*}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial X^*}{\partial y} \left(\frac{\partial X^*}{\partial y} \frac{\partial K_{TH}}{\partial x^*} + \frac{\partial Y^*}{\partial y} \frac{\partial K_{TH}}{\partial y^*} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AUXT2 = & -u \frac{\partial Y^*}{\partial x} - v \frac{\partial Y^*}{\partial y} + \frac{\partial Y^*}{\partial x} \left(\frac{\partial X^*}{\partial x} \frac{\partial K_{TH}}{\partial x^*} + \frac{\partial Y^*}{\partial x} \frac{\partial K_{TH}}{\partial y^*} \right) \\ & + K_{TH} \left(\frac{\partial^2 Y^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y^*}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial Y^*}{\partial y} \left(\frac{\partial X^*}{\partial y} \frac{\partial K_{TH}}{\partial x^*} + \frac{\partial Y^*}{\partial y} \frac{\partial K_{TH}}{\partial y^*} \right) \end{aligned}$$

$$AUXT3 = K_{TH} \left[\left(\frac{\partial X^*}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial X^*}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$AUXT4 = K_{TH} \left[\left(\frac{\partial Y^*}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y^*}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$AUXT5 = 2 K_{TH} \left(\frac{\partial X^*}{\partial x} \frac{\partial Y^*}{\partial x} + \frac{\partial X^*}{\partial y} \frac{\partial Y^*}{\partial y} \right) \quad (74)$$

Ahora estamos en condiciones de escribir el sistema (41) en el nuevo sistema de coordenadas. Para ello escribiremos ambas componentes de la ecuación de movimiento (41.1) y (41.2) según el desarrollo (72) en términos de las funciones auxiliares (73); la ecuación termodinámica en términos de las funciones auxiliares (74) y la ecuación de continuidad (41.4) reemplazando las derivadas según x e y por las expresiones (65) en función de x^* e y^* . Finalmente y a efectos de mantener la uniformidad copiaremos la (41.5) a (41.8) que no sufren cambio. Así, el sistema de ecuaciones que gobierna al modelo en su forma final es:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & A U X M 1 \frac{\partial u}{\partial x^*} + A U X M 2 \frac{\partial u}{\partial y^*} + A U X M 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^{*2}} \\ & + A U X M 4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^{*2}} + A U X M 5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^* \partial y^*} + W \frac{\partial u}{\partial z} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \alpha_0 \frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x^*} - \alpha_0 \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y^*} + f^u \end{aligned} \quad (75.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} = & A U X M 1 \frac{\partial v}{\partial x^*} + A U X M 2 \frac{\partial v}{\partial y^*} + A U X M 3 \frac{\partial^2 v}{\partial x^{*2}} \\ & + A U X M 4 \frac{\partial^2 v}{\partial y^{*2}} + A U X M 5 \frac{\partial^2 v}{\partial x^* \partial y^*} - W \frac{\partial u}{\partial z} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \alpha_0 \frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x^*} - \alpha_0 \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y^*} - f^v \end{aligned} \quad (75.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} = & A U X T 1 \frac{\partial \theta}{\partial x^*} + A U X T 2 \frac{\partial \theta}{\partial y^*} + A U X T 3 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}} \\ & + A U X T 4 \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}} + A U X T 5 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^* \partial y^*} - W \frac{\partial \theta}{\partial z} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{Tz} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (75.3)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial z} = -\frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x^*} - \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y^*} - \frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x^*} - \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y^*} \quad (75.4)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -g/\alpha_0 \quad (75.5)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial z} = g/\alpha_0 \frac{\theta'}{\theta_0} \quad (75.6)$$

$$p = p_0 + p' \quad (75.7)$$

$$\theta' = \theta - \theta_0 \quad (75.8)$$

2.4 METODO NUMERICO

El sistema anterior (75) se cierra con la definición de los coeficientes de intercambio turbulento de momento y calor tanto horizontales como verticales. Se adopta la postulación de O'Brien (1970) para el coeficiente vertical de momento K_z ya que la misma es la más ampliamente reconocida en la literatura sobre el tema. Resulta de una interpolación polinómica entre el valor de este coeficiente en el tope de la capa de superficie, $K_z(h)$; y el valor del mismo en el tope de la capa límite $K_z(H)$ donde se adopta un valor pequeño porque allí la mezcla turbulenta está muy reducida. A consecuencia de esta interpolación el máximo se obtiene a una altura que es aproximadamente $H/3$. Esto último coincide con observaciones como por ejemplo Sato (1981). El coeficiente de intercambio $K_z(z)$ tiene la siguiente expresión:

$$K_z(z) = K_z(H) + \frac{(H-z)^2}{(H-h)^2} \left\{ K_z(h) - K_z(H) + (z-h) \left[\frac{\partial K}{\partial z} \right]_h + 2 \left[\frac{K_z(h) - K_z(H)}{H-h} \right] \right\} \quad (76)$$

donde se adopta el valor de $10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ para $K_z(H)$ y $K_z(h)$ viene dada por la siguiente expresión que surge de la teoría de la similitud de Monin-Obukhov (Haugen, 1973):

$$K_z(h) = \frac{u_* k h}{\phi_m \left(\frac{h}{z} \right)} \quad (77)$$

La formulación para el coeficiente de intercambio turbulento de calor K_{Tz} es análoga a la (76) donde se asume el mismo valor de $10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ para $K_{Tz}(H)$ y $K_{Tz}(h)$ viene dado por:

$$K_{Tz}(h) = \frac{u_* k h}{\phi_h \left(\frac{h}{z} \right)} \quad (78)$$

Los coeficientes de intercambio turbulento en la horizontal se definen en función de los de intercambio vertical como lo sugieren Ross y Orlanski (1982) haciéndolos directamente proporcionales al cuadrado del cociente de escalas:

$$K_H = \left(\frac{\Delta s}{\Delta z} \right)^2 K_z$$

$$K_{TH} = \left(\frac{\Delta s}{\Delta z} \right)^2 K_{Tz} \quad (79)$$

donde Δs es un valor medio de la separación entre puntos en la horizontal y Δz es un valor medio de la separación entre puntos en la vertical.

Esta formulación de los coeficientes de intercambio en la horizontal surge de considerar que la difusión turbulenta es

isotrópica de modo que la transferencia turbulenta por unidad de gradiente es la misma en la horizontal que en la vertical:

$$\frac{K_H}{\Delta S^2} = \frac{K_z}{\Delta z^2}$$

El (75) constituye un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y no lineal. Por lo tanto no admite una solución analítica y es necesario utilizar métodos numéricos. Estos incluyen los siguientes: diferencias finitas, elementos finitos, métodos espectrales o pseudoespectrales e interpolación polinómica. En modelado de mesoescala los métodos más comunes son diferencias finitas o elementos finitos. Los elementos finitos constituyen una técnica que cada vez gana más simpatizantes debido a su exactitud pero tiene el inconveniente de su alto costo en tiempo de cómputo ya que las funciones de base deben ser recalculadas toda vez que las variables del modelo cambian. Thacker (1980) discute y compara los resultados obtenidos en un modelo de cuenca oceánica utilizando elementos finitos y diferencias finitas sobre retículos irregulares. Encuentra que no hay diferencias importantes entre los resultados obtenidos por ambas técnicas. O dicho de otro modo, al introducir los elementos finitos no mejoran sustancialmente la solución a pesar de incrementar notablemente el tiempo de cómputo. Las diferencias finitas sobre retículos irregulares representan de algún modo un punto intermedio entre el método de las diferencias finitas sobre retículos regulares y el método de los elementos finitos.

En este trabajo se eligió el método de las diferencias finitas sobre retículos irregulares. Es conveniente, en función de la claridad de entendimiento, tratar por separado la discretización de los términos advectivos y difusivos y a su vez cada uno de éstos en su forma horizontal y vertical.

Antes de entrar en los detalles conviene destacar que el método utilizado es explícito. Si bien los métodos implícitos o semi-implícitos gozan de buenas cualidades de estabilidad, presentan el inconveniente de requerir más tiempo de cálculo. Los métodos explícitos, correctamente aplicados, son condicionalmente estables así que mientras se respeten los criterios de estabilidad esta última queda asegurada.

Los términos advectivos se discretizan mediante una diferenciación adelantada en el tiempo y corriente arriba en el espacio (Richtmyer and Morton, 1967). Si ψ representa cualquiera de u , v ó θ de (75.1) a (75.3) y s una coordenada cualquiera, la típica ecuación advectiva:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -c \frac{\partial \psi}{\partial s}$$

expresada en diferencias finitas queda:

$$\frac{\psi_i^{c+1} - \psi_i^c}{\Delta t} = \begin{cases} -C_i^c \frac{\psi_{i+1}^c - \psi_i^c}{s_{i+1} - s_i} & \text{si } C_i^c \leq 0 \\ -C_i^c \frac{\psi_i^c - \psi_{i-1}^c}{s_i - s_{i-1}} & \text{si } C_i^c > 0 \end{cases} \quad (80.1)$$

$$(80.2)$$

donde el supraíndice c indica el instante de tiempo y el subíndice i el punto en el espacio. Este esquema es estable si el número de Courant $Cu = c_i^c \Delta t / \Delta s \leq 1$ (Richtmyer and Morton, 1967), de modo que este último determina el Δt a emplear. Utilizando valores típicos en este modelo se obtiene un Δt advectivo de alrededor de 120 segundos.

Los términos difusivos horizontales se discretizan mediante una diferenciación adelantada en el tiempo y centrada en el espacio, de modo que si s_k es cualquiera de las dos coordenadas horizontales, la típica ecuación difusiva:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \psi}{\partial s_h^2}$$

expresada en diferencias finitas queda:

$$\frac{\psi_i^{c+1} - \psi_i^c}{\Delta t} = K_i^c [\psi_{i+1}^c + \psi_{i-1}^c - 2\psi_i^c] / \Delta s_h^2 \quad (81)$$

y este esquema es estable si se cumple la siguiente condición $4K_i^c \Delta t / \Delta s_h^2 \leq 1$ (Richtmyer and Morton, 1967), que permite determinar el Δt difusivo a emplear. Utilizando valores típicos se obtiene que el mismo es aproximadamente 25 segundos. Ya que estos valores de Δt son variables durante el proceso de integración y es necesario adoptar el

mínimo de los dos, se utilizó $\Delta t = 15$ segundos para asegurar la estabilidad.

Es conveniente destacar que en (80) se expresa Δs en forma variable mientras que en (81) no. Debido a la transformación utilizada en la horizontal, la distancia entre puntos del espacio transformado es constante e igual a 1, pero en la vertical no, ya que el espaciado es logarítmico-lineal.

Los términos difusivos en la vertical tienen la forma general:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_v \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \quad (82)$$

y se discretizan de la siguiente forma (Estoque and Bhumralkar, 1970):

$$\begin{aligned} \frac{\psi_k^{c+1} - \psi_k^c}{\Delta t} = & \left[\frac{K_{v,k+1/2}^c (\psi_{k+1}^c - \psi_k^c)}{(z_{k+1} - z_k)} - \right. \\ & \left. - \frac{K_{v,k-1/2}^c (\psi_k^c - \psi_{k-1}^c)}{(z_k - z_{k-1})} \right] \frac{1}{(z_{k+1} - z_{k-1})} \end{aligned} \quad (83)$$

que surge de discretizar la (82) así:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\left(K_v \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_{k+1/2}^c - \left(K_v \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_{k-1/2}^c \right] \frac{1}{(z_{k+1/2} - z_{k-1/2})}$$

y en donde:

$$z_{k+1/2} - z_{k-1/2} = \frac{z_{k+1} - z_{k-1}}{2}$$

Como K_v representa a los coeficientes de intercambio vertical de momento o calor y es siempre positivo, la expresión anterior representa dos sucesivas discretizaciones, para una derivada de primer orden, de la forma (80) es decir corriente arriba. La (83) determina que los coeficientes K_v se deben calcular a mitad de camino entre los

puntos en la vertical.

Las ecuaciones evolutivas (75.1), (75.2) y (75.3) se resuelven sumando las contribuciones simultáneas de todos los términos a la diferenciación adelantada en tiempo de la tendencia, quedando respectivamente:

$$u_p^{z+1} = u_p^z + \Delta t \left(AUXM1_p^z \Delta_{x^*} u_p^z + AUXM2_p^z \Delta_{y^*} u_p^z - W_p^z \Delta_z u_p^z - \alpha_0 D_{x^*} x_p \Delta_{x^*} p_p^z - \alpha_0 D_{y^*} y_p \Delta_{y^*} p_p^z + f v_p^z + AUXM3_p^z \Delta_{x^*}^2 u_p^z + AUXM4_p^z \Delta_{y^*}^2 u_p^z + AUXM5_p^z \Delta_{x^*}^2 y^* u_p^z + DIFVZ_p^z \right) \quad (84.1)$$

$$v_p^{z+1} = v_p^z + \Delta t \left(AUXM1_p^z \Delta_{x^*} v_p^z + AUXM2_p^z \Delta_{y^*} v_p^z - W_p^z \Delta_z v_p^z - \alpha_0 D_{x^*} y_p \Delta_{x^*} p_p^z - \alpha_0 D_{y^*} y_p \Delta_{y^*} p_p^z - f u_p^z + AUXM3_p^z \Delta_{x^*}^2 v_p^z + AUXM4_p^z \Delta_{y^*}^2 v_p^z + AUXM5_p^z \Delta_{x^*}^2 y^* v_p^z + DIFVZ_p^z \right) \quad (84.2)$$

$$\theta_p^{z+1} = \theta_p^z + \Delta t \left(AUXT1_p^z \Delta_{x^*} \theta_p^z + AUXT2_p^z \Delta_{y^*} \theta_p^z - W_p^z \Delta_z \theta_p^z + AUXT3_p^z \Delta_{x^*}^2 \theta_p^z + AUXT4_p^z \Delta_{y^*}^2 \theta_p^z + AUXT5_p^z \Delta_{x^*} y^* \theta_p^z + DIF\theta Z_p^z \right) \quad (84.3)$$

donde el subíndice p representa al punto (i,j,k) los cuales a su vez representan posiciones sobre los ejes x^* , y^* , z respectivamente. El supraíndice z indica el instante en que es calculada cada cosa; Δ_{x^*} , Δ_{y^*} y Δ_z para u, v, ó θ significan discretizaciones según el lado derecho de (80) en las direcciones x^* , y^* , z según los signos de AUXM1, AUXM2 (para la (84.1) y (84.2)) ó AUXT1, AUXT2 (para la (84.3)) y w respectivamente; $\Delta_{x^*}^2$ y $\Delta_{y^*}^2$ significan discretizaciones según el lado derecho de (81) en las direcciones x^* e y^* respectivamente. El operador $\Delta_{x^*}^2 y^*$ para los términos mixtos se discretiza así:

$$\Delta_{x^*} \gamma^* \psi_p^c = [\psi^c(i+1, j+1, k) + \psi^c(i-1, j-1, k) - \psi^c(i+1, j-1, k) - \psi^c(i-1, j+1, k)] / 4 \quad (85)$$

donde ψ representa aquí a u , v , o θ . Los términos DIFUZ, DIFVZ y DIFWZ representan discretizaciones según el lado derecho de (83) donde intervienen K_z en la (84.1) y (84.2) y K_{Tz} en la (84.3). El operador Δ_{x^*} o Δ_{y^*} para los términos de presión representa una discretización centrada en el espacio, es decir:

$$\Delta_{x^*} p_p^c = [p^c(i+1, j, k) - p^c(i-1, j, k)] / 2 \quad (86.1)$$

$$\Delta_{y^*} p_p^c = [p^c(i, j+1, k) - p^c(i, j-1, k)] / 2 \quad (86.2)$$

Los términos Dx^*x , Dy^*x , Dx^*y y Dy^*y que representan respectivamente a: $\partial x^*/\partial x$, $\partial y^*/\partial x$, $\partial x^*/\partial y$ y $\partial y^*/\partial y$ se calculan según sus definiciones (66), usando el jacobiano de (67). Tanto estos operadores como los $\partial^2 x^*/\partial x^2$, $\partial^2 x^*/\partial y^2$, $\partial^2 y^*/\partial x^2$ y $\partial^2 y^*/\partial y^2$ que aparecen en AUXM1 a AUXM5 y AUXT1 a AUXT5 y que se calculan resolviendo el sistema (70) quedan en función de las siguientes funciones que se aproximan por diferencias finitas centradas:

$$\frac{\partial x}{\partial x^*}(i, j) = [x(i+1, j) - x(i-1, j)] / 2$$

$$\frac{\partial x}{\partial y^*}(i, j) = [x(i, j+1) - x(i, j-1)] / 2$$

$$\frac{\partial y}{\partial x^*}(i, j) = [y(i+1, j) - y(i-1, j)] / 2$$

$$\frac{\partial y}{\partial y^*}(i, j) = [y(i, j+1) - y(i, j-1)] / 2$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial x^{*2}}(i, j) = x(i+1, j) + x(i-1, j) - 2x(i, j)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 X}{\partial y^{*2}}(i,j) &= X(i,j+1) + X(i,j-1) - 2X(i,j) \\
\frac{\partial^2 Y}{\partial x^{*2}}(i,j) &= Y(i+1,j) + Y(i-1,j) - 2Y(i,j) \\
\frac{\partial^2 Y}{\partial y^{*2}}(i,j) &= Y(i,j+1) + Y(i,j-1) - 2Y(i,j) \\
\frac{\partial^2 X}{\partial x^{*} \partial y^{*}}(i,j) &= [X(i+1,j+1) + X(i-1,j-1) - \\
&\quad - X(i+1,j-1) - X(i-1,j+1)]/4 \\
\frac{\partial^2 Y}{\partial x^{*} \partial y^{*}}(i,j) &= [Y(i+1,j+1) + Y(i-1,j-1) - \\
&\quad - Y(i+1,j-1) - Y(i-1,j+1)]/4
\end{aligned} \tag{87}$$

Las funciones AUXM1 a AUXM5, definidas en (73) y las AUXT1 a AUXT5 definidas en (74) están además en función de u , v y de las derivadas de los coeficientes de intercambio K_H y K_{TH} en las direcciones de x^* e y^* . Estas últimas derivadas se calculan también por diferencias finitas centradas en forma análoga a las dos primeras de (87).

La ecuación de continuidad (75.4) se integra así:

$$\begin{aligned}
W_k^{\delta} &= W_{k-1}^{\delta} - (Z_{k+1} - Z_k) \left[D_{x^* x_p} \overline{\Delta_{x^*}} u_p^{\epsilon} + D_{y^* x} \overline{\Delta_{y^*}} u_p^{\epsilon} \right. \\
&\quad \left. + D_{x^* y} \overline{\Delta_{x^*}} v_p^{\epsilon} + D_{y^* y} \overline{\Delta_{y^*}} v_p^{\epsilon} \right]
\end{aligned} \tag{88}$$

donde si ψ representa tanto a u ó v :

$$\begin{aligned}
\overline{\Delta_{x*}} \psi_p^e &= [\psi^e(i+1, j, k) - \psi^e(i-1, j, k) \\
&\quad + \psi^e(i+1, j, k-1) - \psi^e(i-1, j, k-1)]/4 \\
\overline{\Delta_{y*}} \psi_p^e &= [\psi^e(i, j+1, k) - \psi^e(i, j-1, k) \\
&\quad + \psi^e(i, j+1, k-1) - \psi^e(i, j-1, k-1)]/4
\end{aligned} \tag{89}$$

lo cual representa un promedio de la divergencia horizontal entre los niveles $k-1$ y k .

Finalmente, las formas desdobladas de la ecuación hidrostática (75.5) y (75.6) se integran respectivamente:

$$p_o(i, j, k-1) = p_o(i, j, k) - (z_{k-1} - z_k) g / \alpha_o \tag{90}$$

$$\begin{aligned}
p'(i, j, k-1) &= p'(i, j, k) + (z_{k-1} - z_k) [\theta'(i, j, k-1) \\
&\quad + \theta'(i, j, k)] / 2 \theta_o \alpha_o
\end{aligned} \tag{91}$$

2.5 INICIALIZACION Y CONDICIONES DE CONTORNO

El (75) es un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineal y evolutivo en el tiempo. Constituye por lo tanto un problema de valor inicial y de valor de contorno o frontera ya que el dominio espacial es finito.

El sistema (75) se inicializa con un conjunto de valores de las variables tal que sea solución del mismo. Se elige una situación de homogeneidad horizontal, es decir:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x^*} = \frac{\partial \psi}{\partial y^*} = 0 \quad (92)$$

donde ψ representa cualquiera de las variables del sistema (75) excepto p y p_0 ya que sus gradientes horizontales van a definir el movimiento horizontal. Se define además una distribución vertical de la temperatura potencial que sigue un gradiente adiabático seco:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad (93)$$

y, por último, se elige un estado no perturbado así que:

$$p' = \theta' = 0 \quad (94)$$

con (92), (93) y (94) el sistema (75) se reduce a:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\alpha_0 \frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial p_0}{\partial x^*} - \alpha_0 \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial p_0}{\partial y^*} + f v + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (95.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\alpha_0 \frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial p_0}{\partial x^*} - \alpha_0 \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial p_0}{\partial y^*} - f u + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (95.2)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -g/\alpha_0 \quad (95.3)$$

ya que $p=p_0$ por (94) y donde las restantes ecuaciones de (75) quedan así:

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{\partial p'}{\partial z} = 0 \quad (96.1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad (96.2)$$

En la atmósfera libre, por encima de la capa límite, donde la fuerza de fricción se hace despreciable las (95.1) y (95.2) tienen la siguiente solución estacionaria, es decir cuando $\partial u/\partial t = \partial v/\partial t = 0$:

$$-\alpha_0 \frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial p_0}{\partial x^*} - \alpha_0 \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial p_0}{\partial y^*} + f v = 0 \quad (97.1)$$

$$-\alpha_0 \frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial p_0}{\partial x^*} - \alpha_0 \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial p_0}{\partial y^*} - f u = 0 \quad (97.2)$$

la solución de (97.1) y (97.2) para u y v definen el viento geostrófico u_g y v_g respectivamente.

Se elige un estado inicial tal que es barotrópico por lo tanto u_g y v_g no varían con la altura y por lo tanto tampoco lo hace el gradiente horizontal de presión de modo que es posible reemplazar a este último en función del viento geostrófico. Así, el sistema (95) se puede escribir como sigue:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f (v - v_g) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (98.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -f (u - u_g) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (98.2)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -g/\alpha_0 \quad (98.3)$$

$$v_G = \left[\alpha_o \frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial p_o}{\partial x^*} + \alpha_o \frac{\partial y^*}{\partial x} \frac{\partial p_o}{\partial y^*} \right] / f \quad (98.4)$$

$$u_G = \left[-\alpha_o \frac{\partial x^*}{\partial y} \frac{\partial p_o}{\partial x^*} - \alpha_o \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial p_o}{\partial y^*} \right] / f \quad (98.5)$$

La inicialización procede de la siguiente forma:

- 1- se definen T_{oo} , P_{oo} , u_G y v_G
- 2- se calcula α_o por (41.9) y θ_o por (41.10)
- 3- se calcula $u(z)$ y $v(z)$ integrando (98.1) y (98.2) discretizadas en forma equivalente a (84.1) y (84.2) respectivamente.
- 4- se calcula $p_o(z)$ integrando (98.3) desde superficie a partir de P_{oo}

donde la integración de (98.1) y (98.2) se realiza, utilizando la definición de K_z de (76), durante 60 horas ó 3 períodos inerciales (un período inercial es $2\pi/f$) para remover de la solución las oscilaciones inerciales (Mahrer and Pielke, 1976). Además, esta integración se realiza a partir del nivel de $z=40$ metros que es el tope de la capa de superficie. El nivel de $z=10$ metros resulta de una interpolación entre valores previos de u y v en $z=40$ metros y $u=v=0$ en $z=z_o$, utilizando las (50.1) y (50.2). En estas últimas ψ_M es cero ya que θ no varía con la altura y u^* sale también de valores previos de u y v en $z=40$ a través de las mismas (50.1) y (50.2). Este proceso converge siempre e independientemente del primer valor previo que se elija para la integración de (98.1) y (98.2).

El proceso de inicialización continua así:

- 5- se calcula $p_o(x^*, y^*, z)$ integrando (98.4) y (98.5) en la horizontal
- 6- se iguala $u(x^*, y^*, z)=u(z) \quad \forall x^*, y^*$
 $v(x^*, y^*, z)=v(z) \quad \forall x^*, y^*$
 debido a la ecuación (92)
- 7- $w=0 \quad \forall x^*, y^*, z$ por (92) y porque $w=0$ en superficie
- 8- se iguala $p=p_o$ y $\theta=\theta_o \quad \forall x^*, y^*, z$ por las condiciones (93) y (94)

De esta forma queda definido el conjunto inicial de las 8 variables del modelo: $u, v, w, p, p_0, p', \theta$ y θ' .

Como el modelo se integra dentro de un dominio finito es necesario definir las condiciones de contorno o frontera. Para esto es conveniente distinguir entre frontera superior, frontera inferior y fronteras laterales.

La frontera superior se define a los 2 km de altura y constituye el límite material del modelo. En ella las condiciones son las siguientes:

$$u = u_G, v = v_G, p = p_0, \theta = \theta_0, w = p' = \theta' = 0 \quad (99)$$

El sistema se integra hasta el nivel inmediatamente inferior a aquél y que está situado a 1,5 km de altura y es coincidente con la altura H de la capa límite atmosférica.

La frontera inferior se define en el nivel del parámetro de rugosidad z_0 que se toma constante en todo el dominio e igual a 1 cm. Las condiciones en ella son las siguientes:

$$u = v = w = 0 \quad (100.1)$$

$$p = p_0, \theta = \theta_0, p' = \theta' = 0 \quad (100.2)$$

En las fronteras laterales las condiciones son las siguientes:

1- fronteras norte y sur

$$\frac{\partial \psi}{\partial y^*} = 0 \quad (101.1)$$

2- fronteras este y oeste

$$\frac{\partial \psi}{\partial x^*} = 0 \quad (101.2)$$

donde ψ representa cualquiera de las siguientes variables del modelo: u, v, w, p', θ y θ' . En ese conjunto no se incluyen p ni p_0 ya que sus gradientes horizontales son los que mantienen el movimiento horizontal. Las condiciones (101) se las conocen como las de flujo-gradiente tanto corriente arriba como corriente abajo del flujo (Pielke, 1984).

2.6 VERIFICACION DEL MODELO

Todo modelo es una representación de la realidad. La bondad de esta representación dependerá de la capacidad computacional disponible, de observaciones apropiadas y del estado del conocimiento de los mecanismos físicos que tienen lugar en la atmósfera. Es por ello necesario verificar las soluciones que brinda el modelo para poder determinar cual es el grado de aproximación a la realidad que logran sus resultados.

Existen tres caminos para verificar un modelo y estos son: la comparación con soluciones analíticas conocidas, la comparación con otros modelos que hayan sido desarrollados en forma independiente y, por último, la comparación con observaciones.

La utilización del primer camino requiere, como paso previo, llevar el sistema de ecuaciones a una forma en la que admita solución analítica. Esto se puede lograr o bien linealizando el sistema, o bien reteniendo el sistema original no lineal e introduciendo perturbaciones muy pequeñas que den resultados esencialmente lineales. Por supuesto que esto último es válido cuando se trata de sistemas no lineales particulares que admitan solución analítica. En cualquiera de los dos casos el sistema se cierra con las condiciones iniciales y las condiciones de frontera. Pero la irregularidad de la costa del Río de La Plata presenta inconvenientes tan serios para la determinación de las condiciones de frontera apropiadas que obliga a descartar a esta forma de verificación. El último camino también se descarta ya que no existe un conjunto de datos lo suficientemente denso tanto en tiempo como en espacio que permita una comparación objetiva. En consecuencia se optó por la comparación con los resultados de otros modelos como medio de verificación. Consultando Pielke (1984) surgen dos modelos tridimensionales y no estacionarios que tratan problemas de costas irregulares que presentan cierta similitud con la costa del Río de La Plata. El modelo de Mc Pherson (1970) que simula la brisa de mar en la Bahía de Galveston (Texas, EEUU) y el de Pielke (1974a) que simula la brisa de mar en la península de Florida (EEUU).

Para verificar el presente modelo con cualquiera de los dos modelos mencionados arriba se procede de la siguiente forma. En primer lugar se define un retículo con las mismas características que el del modelo en comparación. Estas características se refieren a: igual distribución de puntos en la horizontal, igual distancia entre puntos en la horizontal e igual forma y ubicación de la costa. Debido a limitaciones en la capacidad de computación disponible fue necesario reducir tanto el número de puntos en la horizontal como el número de niveles. Aunque el número de niveles sea menor, estos coinciden con los

niveles del modelo en comparación. En segundo lugar se inicializa el modelo con los mismos datos que el modelo en comparación. Por último, se integra al modelo por un determinado período de tiempo y se confrontan los resultados obtenidos contra los del modelo en comparación en los mismos niveles y en los mismos instantes. Queda claro que para la realización de estas verificaciones no se introduce cambio alguno en la estructura del modelo excepto aquellos datos de inicialización que se mencionan explícitamente mas adelante. En ambas comparaciones se definen retículos horizontales regulares coincidentes con los de los respectivos autores. Pero esto no constituye en sí mismo un cambio ya que un retículo regular representa simplemente un caso más que puede ser resuelto por el método de transformación de las coordenadas horizontales que se utiliza en este trabajo.

Llamaremos Verificación-1 a la integración del modelo con las condiciones del de Mc Pherson y Verificación-2 a la correspondiente integración del modelo con las condiciones del de Pielke

2.6.1 RESULTADOS DE LA VERIFICACION-1

El modelo de Mc Pherson (1970) es hidrostático e incompresible. Sus ecuaciones de pronóstico son ambas componentes horizontales de la ecuación de movimiento y la ecuación termodinámica para u , v y θ , respectivamente. Las ecuaciones de diagnóstico son la ecuación hidrostática y la ecuación de continuidad para π y w respectivamente. Aquí π representa la función de Exner. El sistema se cierra con la ecuación de estado de los gases ideales y la definición de la temperatura potencial. Mc Pherson no separa las escalas espaciales o temporales de los fenómenos así que las cantidades a las que se refiere son la parte total de las variables de movimiento y termodinámicas. Su sistema de ecuaciones es:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} + f v - \phi \theta \frac{\partial \pi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} - f u - \phi \theta \frac{\partial \pi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u \frac{\partial \theta}{\partial x} - v \frac{\partial \theta}{\partial y} - w \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial z} = -g / c_p \theta$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\theta = T \left(1000 / p \right)^{R/c_p}$$

$$\pi = \left(p / 1000 \right)^{R/c_p}$$

$$p = \int R T$$

Es necesario hacer notar dos particularidades en el sistema de ecuaciones que utiliza Mc Pherson. La primera es que usa una forma diferenciada con la altura de la ecuación de continuidad, que de acuerdo con Pielke (1984, pag 362) es violatorio del principio de conservación de la masa. La segunda es que no incluye términos de difusión horizontal en las ecuaciones de pronóstico. La Figura 61 muestra el dominio de resolución que utiliza Mc Pherson y en el recuadro interno el dominio en el cual se resuelve el presente modelo. El dominio de Mc Pherson tiene 70 x 15 puntos en la horizontal separados cada uno por 4 kilómetros y 20 niveles separados cada uno por 200 metros. Define una capa de flujos turbulentos verticales constantes que se extiende entre superficie y una altura h constante e igual a 50 metros. Los coeficientes de intercambio turbulento de momento y calor en la vertical crecen con la altura hasta alcanzar su valor máximo en el tope de la capa de superficie (h=50 metros) y luego decrecen exponencialmente alcanzando a los 2000 metros de altura el 10% de aquel valor máximo.

Para realizar esta verificación se establece un dominio de 11 x 13 puntos en la horizontal separados cada uno por 4 kilómetros y 12 niveles en la vertical: z₀, 10 m y desde 50 m hasta 1850 m 10 niveles separados cada uno por 200 m. Se realiza la integración del modelo por un período de 8 horas a partir de las 08 hora local, instante en el

cual se supone que el gradiente horizontal de temperatura es cero. El forzante del modelo es el mismo que utiliza Mc Pherson quien define en todo instante a la temperatura en el nivel $z=z_0$ de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} T(z_0) &= 283 + \sin(2\pi t/24) && \text{sobre tierra} \\ &= 283 && \text{sobre agua} \\ &= 0.5(T(\text{tie})+T(\text{ag})) && \text{sobre la costa} \end{aligned}$$

donde t es el tiempo en horas a partir de las 08 hora local. Así la máxima diferencia de temperatura entre el mar y la tierra, que es de 10 grados, se alcanza a las 14 hora local. Los otros datos de inicialización son los siguientes:

$$\begin{aligned} f &= 7.29 \times 10^{-5} \text{ seg}^{-1} \quad (30^\circ \text{ N}) \\ h &= 50 \text{ m} \\ z_0 &= 1 \text{ cm} \\ H &= 1850 \text{ m (Mc Pherson usa 3850 m)} \\ u &= v = w = 0 \\ T(z) &= 283 - 0.008 z \end{aligned}$$

Es de destacar que el único dato de inicialización que no coincide con Mc Pherson es este último. La formulación de los coeficientes de intercambio vertical K que utiliza Mc Pherson es tal que logra un rápido decrecimiento de los mismos con la altura, por su forma exponencial, a pesar de utilizar un valor grande de H :

$$K(z) = K(h) \exp \left[-m \left(\frac{z-h}{H} \right)^2 \right]$$

donde $K(h)$ es el valor de K en $z=h$ y $m=4.75$. En cambio, este modelo define K como una interpolación polinómica cúbica entre los valores $K(H)$ y $K(h)$ y por lo tanto resultan más dependientes del valor de H que los que utiliza Mc Pherson. Por ello fue necesario utilizar un valor menor de H para lograr una configuración similar de K en la vertical. Los valores de H y h tanto en este modelo como en el de Mc Pherson permanecen constantes durante toda la integración.

La Figura 65 a) muestra el campo de movimiento horizontal a los 250 m de altura y superpuesto el campo de movimiento vertical a los 850

m de altura, según el modelo de Mc Pherson, ambos a las 2 horas de integración. Los mismos resultados con este modelo se muestran en las Figuras 63 a) y 64 a) respectivamente. Ambos modelos muestran como el movimiento adquiere componente perpendicular a la costa y hacia el continente ya que allí la presión está descendiendo como consecuencia del progresivo calentamiento que tiene lugar sobre el continente. Esto provoca convergencia del movimiento horizontal sobre las costas este y oeste generando movimientos de ascenso, pero provoca simultáneamente divergencia sobre la bahía y sobre la costa norte generando movimientos de descenso. El movimiento de ascenso resulta simétrico respecto de un eje imaginario sur-norte que pasa por el centro de la bahía. Las Figuras 63 b) (Mc Pherson) y las 63 b) y 64 b) muestran lo mismo que las anteriores pero a las 4 horas de integración. Se observan las mismas características que antes pero en forma más marcada. La magnitud del movimiento vertical en Mc Pherson se ha duplicado mientras que en el presente modelo se ha cuadruplicado y se observa todavía la simetría entre las costas este y oeste.

A las 6 horas de integración, Figuras 65 c) (Mc Pherson) y 63 c) y 64 c), comienzan a distinguirse algunas características asimétricas. En los puntos más alejados de la costa ya se nota claramente la rotación del viento hacia la derecha por efecto de Coriolis. Sobre la costa este, el efecto de rotación de Coriolis coincide con el efecto de rotación por gradiente de presión. Sobre la costa oeste ambos efectos se contraponen ya que sobre el continente, cerca de la costa, el viento rota hacia la derecha por Coriolis, pero sobre la costa rota hacia la izquierda por efecto del gradiente de presión. En consecuencia, se genera una zona preferida de convergencia horizontal y, por lo tanto, movimiento de ascenso sobre la costa oeste donde las velocidades verticales son por lo menos un 50% mayor que sobre la costa este. Sobre la bahía y en el continente, hacia el norte, predomina el movimiento de descenso. Estas características se aprecian en ambos modelos aunque en este modelo las velocidades verticales positivas son mayores, reflejando una mayor convergencia o divergencia horizontal. Comparando las Figuras 65 c) (Mc Pherson) y 64 c) se aprecia que los máximos valores de w positivo sobre la costa oeste alcanzan los 58 cm/s contra los 9 cm/s de Mc Pherson, es decir seis veces mayor. En cambio sobre la bahía y la costa norte los máximos valores negativos de w alcanzan los -20 cm/s contra los -6 cm/s de Mc Pherson, es decir solo tres veces mayor. Esto último se aprecia claramente comparando los campos de movimiento horizontal de la Figuras 65 c) (Mc Pherson) y 63 c). En esta última se observa que las líneas de mayor convergencia horizontal nacen sobre las costas oeste y este a mitad de camino de la bahía y se extienden hacia el noroeste y noreste, respectivamente. Al sur de estas líneas el movimiento es hacia el norte, mientras que al norte de las mismas el movimiento se desvía hacia la izquierda y la derecha ,

respectivamente. El campo de movimiento responde al campo de presión que es, a su vez, consecuencia del campo de temperatura que se muestra en las Figuras 67 a) a d) (Mc Pherson) y 66 a) a d). En cualquiera de estas últimas se observa que el gradiente de temperatura es perpendicular a la costa en cualquier punto de ella. La dirección de este gradiente define la dirección del gradiente de presión y en consecuencia el movimiento tenderá a ser perpendicular a las costas. En Mc Pherson, en cambio, esto último no es tan así. El conjunto de Figuras 67 muestra una distribución de temperaturas no tan paralela a la costa, aún a las 2 horas de integración (Figura 67 a)) cuando el posible efecto de advección es todavía despreciable y a pesar de que la función de calentamiento, antes descrita, sigue estrictamente la forma de la costa. Mc Pherson dice (pag 772): "... y la estabilidad no lineal es controlada con un filtro de 25 puntos que se aplica a los campos horizontales de movimiento y temperatura potencial en cada paso de tiempo...". Así, logra reducir a un 12.5% la amplitud de las ondas de hasta $4 \Delta x$ ó $4 \Delta y$ de longitud y recién las ondas $10 \Delta x$ ó $10 \Delta y$ retienen el 90 % de su amplitud. Consigue eliminar así las ondas de longitud intermedia logrando una distribución espacial "más suave" que la que logra este modelo. Esta suavidad se aprecia muy bien comparando los campos de movimiento vertical de ambos modelos. Mc Pherson se ve obligado a introducir un suavizado explícito ya que no incluye términos de difusión horizontal que, es sabido, constituyen un suavizado implícito ya que son responsables de la disipación de la energía en las escalas menores. Pero también es cierto que Mc Pherson se ve obligado a suavizar tan fuertemente las soluciones ya que además utiliza un esquema numérico que es linealmente inestable que es centrado en el espacio y adelantado en el tiempo. Como consecuencia de este fuerte suavizado, Mc Pherson no obtiene una zona tan confinada de convergencia y por lo tanto sus velocidades verticales positivas no crecen tanto ni tan rápidamente como en este modelo. Las Figuras 65 d) (Mc Pherson) y 64 d) muestran los campos de movimiento a las 8 horas de integración. Ahora la diferencia entre los valores de w se ha reducido notablemente, 59 cm/s contra los 24 cm/s de Mc Pherson, es decir un poco más que el doble.

Podemos resumir los resultados de esta verificación así:

- 1) se establece en ambos modelos una zona preferencial de convergencia sobre el interior de la costa oeste, por efecto de Coriolis;
- 2) los valores de w sobre esta costa son mayores que sobre la costa este en un factor 2, en ambos modelos, muy evidentes a las 6 y 8 horas de integración;
- 3) los valores absolutos de w que se obtienen con este modelo son mayores que los que obtiene Mc Pherson. Esto es más notorio en los valores positivos de w y en las primeras horas de integración. A las 6

horas de integración son seis veces mayores, mientras que a las 8 horas de integración son sólo dos veces mayores. Los valores negativos de w muestran una diferencia mucho menor. A las 6 horas de integración son tres veces mayores y luego esta diferencia disminuye hasta que se hacen casi iguales, excepto en una zona muy próxima a la de máxima convergencia horizontal sobre la costa oeste.

4) estas zonas de máxima convergencia horizontal y por lo tanto máxima velocidad vertical positiva son advectadas hacia el noroeste, sobre la costa oeste, y hacia el noreste sobre la costa este en ambos modelos. En este modelo este efecto es menos marcado debido a la persistencia, en su posición, de las zonas preferenciales de convergencia horizontal. Es interesante el efecto de retroalimentación entre la posición de la máxima velocidad vertical y la débil advección horizontal. Ocurre que la zona de convergencia no forma un frente perpendicular al movimiento sino que presenta una inclinación de 45 grados respecto del movimiento dominante al sur y al este (para la costa oeste), u oeste (para la costa este) de dicho frente. Esto reduce la resultante de la componente del movimiento perpendicular a la línea de máxima convergencia y por lo tanto reduce la advección y en consecuencia contribuye a la persistencia en la posición de esa línea.

5) la magnitud máxima que alcanza el movimiento horizontal en ambos modelos es la misma, entre 6 y 8 m/s a las 8 horas de integración.

Mc Pherson comenta algunas evidencias observacionales tales como una distorsión general de los campos horizontales de temperatura alrededor de la Bahía de Galveston, Hsu (1967) y (1969), y comenta fotografías de las naves espaciales Geminis donde se observa el efecto de la curvatura de la costa de la bahía sobre la formación de cumulus. Pero destaca que de esas evidencias no se desprende la asimetría que predice su modelo y que coincide con la que predice este modelo. Tampoco da referencias cuantitativas sobre los valores de w y comenta que Wallington (1961) reporta velocidades verticales de hasta 7 m/s en frentes estrechos de brisa.

2.6.2 RESULTADOS DE LA VERIFICACION-2

El modelo de Pielke (1974a) es también hidrostático y hace uso de la hipótesis de incompresibilidad. Las ecuaciones de pronóstico son ambas componentes horizontales de la ecuación de movimiento y la ecuación termodinámica para u , v , y θ respectivamente. Las ecuaciones de diagnóstico son la ecuación hidrostática y la ecuación de continuidad para Π y w respectivamente, donde Π es la función de Exner ya definida en 2.6.1. El sistema se cierra con la ecuación de estado de los gases ideales y la definición de la temperatura potencial. Pielke desdobra a todas las variables en un valor representativo de la escala sinóptica, indicado con el símbolo ($\hat{}$), más un valor que representa un apartamiento en mesoescala e indicado con el símbolo ($\tilde{}$), de igual manera como está definido en la ecuación (32). Así, las ecuaciones resultantes son muy similares a las que utiliza este modelo. El sistema de ecuaciones que utiliza Pielke es el siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} = & -(\hat{u} + \tilde{u}) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} - (\hat{v} + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} - \tilde{w} \frac{\partial}{\partial z} (\hat{u} + \tilde{u}) - \\ & - \hat{\theta} \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial x} - f \tilde{u}_g \frac{\tilde{\theta}}{\hat{\theta}} + f \tilde{v} - j \tilde{w} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H^{(m)} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H^{(m)} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\hat{K}_z^{(m)} + \tilde{K}_z^{(m)} \right) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{K}_z^{(m)} \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} \right) \\ \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} = & -(\hat{u} + \tilde{u}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} - (\hat{v} + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} - \tilde{w} \frac{\partial}{\partial z} (\hat{v} + \tilde{v}) - \\ & - \hat{\theta} \frac{\partial \tilde{\Pi}}{\partial y} + f \tilde{u}_g \frac{\tilde{\theta}}{\hat{\theta}} - f \tilde{u} + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H^{(m)} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H^{(m)} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\hat{K}_z^{(m)} + \tilde{K}_z^{(m)} \right) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{K}_z^{(m)} \frac{\partial \hat{v}}{\partial z} \right) \\ \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial t} = & -(\hat{u} + \tilde{u}) \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x} - (\hat{v} + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial y} - w \frac{\partial}{\partial z} (\hat{\theta} + \tilde{\theta}) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H^{(\theta)} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H^{(\theta)} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\hat{K}_z^{(\theta)} + \tilde{K}_z^{(\theta)} \right) \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{K}_z^{(\theta)} \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} = - \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial z} = g \tilde{\theta} / \hat{\theta}^2$$

$$\hat{\theta} = \hat{T} (1000 / \hat{p})^{R/c_p}$$

$$\hat{\pi} = (\hat{p} / 1000)^{R/c_p}$$

$$\hat{p} = \hat{\rho} R \hat{T}$$

La formulación de los coeficientes de intercambio turbulento vertical que usa Pielke es la misma que utiliza este modelo, es decir una interpolación polinómica cúbica entre los valores de $K(H)$ y $K(h)$. Los coeficientes de intercambio turbulento horizontal quedan expresados

de la siguiente forma:

$$K_H = \alpha \Delta x \Delta y \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \right\}^{1/2}$$

donde usa $\alpha = 0.3$. El retículo que usa Pielke y que se muestra en la Figura 62 tiene 33 por 36 puntos en la horizontal separados por 11 km excepto los primeros y últimos 4 puntos, según x o y , que están separados por distancias crecientes entre 11 y 55 km. Estos puntos son los que quedan fuera del marco de la Figura 62. En la vertical tiene 8 niveles, tres de ellos en los primeros 100 m y el resto está separado por distancias que varían entre 600 y 1200 m. Define una capa de flujos constantes de altura h y una capa límite de altura H . Ambas alturas son variables y vienen dadas por:

$$H = 0.25 u_* / f$$

$$h = 0.01 u_* / f$$

Para realizar esta verificación se establece un retículo de 16 por 16 puntos en la horizontal como se muestra en el recuadro interno de la Figura 62. Se establecen 6 niveles: z_0 , 10, 50, 660, 1220, 1820 m. Se realiza una integración durante 10 horas a partir de las 08 hora local instante en el cual se supone que el gradiente horizontal de temperatura es nulo. El forzante de temperatura es el mismo que utiliza Pielke:

$$\begin{aligned} T(z) &= 298 + 10 \sin(2\pi t/26) && \text{sobre tierra} \\ &= 298 && \text{sobre agua} \\ &= 0.5 (T(\text{tie}) + T(\text{agua})) && \text{sobre la costa} \end{aligned}$$

donde t es el tiempo en horas a partir de las 08 hora local. Como se ve, el período es de 26 horas o sea que la máxima temperatura se alcanza a las 14:30 hora local y la máxima diferencia de temperatura tierra-mar es de 10 grados. Los otros datos de inicialización son los siguientes:

$$f = 6.38 \times 10^{-5} \text{ seg}^{-1} (26^\circ \text{ N})$$

$h = 50 \text{ m}$
 $z_0 = 4 \text{ cm}$
 $H = 1620 \text{ m}$
 $u_g = -4.2 \text{ m/s}$, $v_g = 4.2 \text{ m/s}$ caso viento del sudeste
 $u_g = 4.2 \text{ m/s}$, $v_g = 4.2 \text{ m/s}$ caso viento del sudoeste
 $\theta(z) = 298 + 0.003 z$

Pielke considera dos casos, uno con viento del sudeste y el otro con viento del sudoeste, pero ambos con un viento geostrófico de igual módulo: 6 m/s. Pielke no especifica cuales son los valores iniciales de h y H , como así tampoco cual es su evolución durante todo el período de integración. Teniendo en cuenta los datos iniciales de viento de sus gráficos y usando las (50) se deduce que los valores iniciales de h y H son aproximadamente 28 m y 700 m respectivamente. Como el presente modelo usa valores constantes de esos parámetros es necesario definir valores promedio que sean representativos durante todo el período de integración. Estos valores promedio dependerán de los valores iniciales y finales que alcancen h y H . Los valores iniciales pudieron ser obtenidos con facilidad pero los valores finales son más difíciles de determinar ya que varían en la horizontal debido a la inhomogeneidad. En las Figuras 70 ó 74 de Pielke se observa que sobre las costas el movimiento llega a duplicarse en magnitud y teniendo en cuenta además probables valores de Ψ , de las (50) se puede deducir que los valores de h y H podrían llegar a ser hasta tres veces los iniciales, o sea 84 m y 2100 m respectivamente. En consecuencia, se eligieron como valores representativos de h y H los indicados más arriba. Pielke, en ambos casos, inicializa al movimiento en la vertical del mismo modo que se hace en este modelo con el sistema (98.1) y (98.2), y luego supone condiciones de homogeneidad horizontal.

- CASO VIENTO DEL SUDESTE

Las Figuras 68 a), b), c), y d) muestran el campo de movimiento en el nivel de 50 m a las 3, 5, 8, y 10 horas de integración que se obtiene con este modelo y las Figuras 70 a), b), c) y d) los resultados de Pielke para el mismo nivel y los mismos instantes. A las 3 horas de integración se observa, en las Figuras 70 a) (Pielke) y 68 a), que el movimiento se acelera sobre la costa este como consecuencia del gradiente de presión, que dirigido hacia el interior de la península, se genera por el calentamiento progresivo que tiene lugar sobre la tierra. Esto provoca divergencia horizontal del movimiento sobre la costa misma y sobre el mar cerca de ella. Más hacia el interior de la

península el movimiento no sufre aceleración y se genera una zona de convergencia. Las Figuras 71 a), b), c), y d) (Pielke) y 69 a), b), c) y d) muestran el campo de movimiento vertical a los 1220 m de altura y a las 3, 5, 8 y 10 horas de integración. Si se observa las Figuras 71 a) (Pielke) y 69 a) se aprecia que, en concordancia con la posición de las zonas de convergencia y divergencia horizontal, se genera una zona de movimiento vertical ascendente sobre el interior de la costa este y una zona de movimiento vertical descendente sobre la costa misma y sobre el mar cerca de ella. Sobre la costa oeste y sur se observa que el movimiento se decelera y comienza a rotar hacia su derecha por efecto del gradiente de presión que se genera y está dirigido hacia el interior de la península, Figuras 70 a) (Pielke) y 68 a). Esto genera una amplia zona de convergencia sobre el interior de la península y por lo tanto movimientos de ascenso, como se aprecia en las Figuras 71 a) (Pielke) y 69 a). Pero esta aceleración del movimiento hacia el interior de la península da lugar a divergencia horizontal sobre el mar cerca de la costa y por lo tanto movimientos de descenso. A las 5 horas de integración los procesos arriba descritos se profundizan. El efecto de convergencia sobre el interior de la costa sur y oeste es más marcado ya que se profundiza el gradiente de presión dirigido hacia el interior de la península (Figuras 70 b) (Pielke) y 68 b)). En consecuencia crece el máximo de velocidad vertical (Figuras 71 b) (Pielke) y 69 b)) y se desplaza hacia el norte por efecto de la advección horizontal. A su vez la aceleración del movimiento hacia el interior genera divergencia sobre el mar cerca de esas costas y en consecuencia también se profundiza el máximo de movimiento de descenso sobre el mar, aunque en menor medida que el máximo positivo sobre la península. Sobre la costa este y su interior se observa una zona extendida de divergencia horizontal ya que el movimiento se acelera continuamente hacia el centro de la península. En consecuencia se generan movimientos de descenso débiles ya que la divergencia horizontal es también débil y extendida. Ya a esta altura de la integración queda definida una zona preferencial de convergencia horizontal y por lo tanto aquel lugar en donde se registran las máximas velocidades verticales positivas. Esta zona es el interior de la península más próximo a la costa oeste. La ubicación de esta zona queda definida por la dirección del viento en gran escala. Como el viento es del sudeste, el calentamiento de la península y el consecuente descenso de la presión sólo consiguen acelerar al movimiento en su dirección original tanto sobre el mar, al este, como en la mitad este de la península. En cambio sobre la costa oeste el viento rota hacia su derecha por efecto del gradiente de presión estableciendo así una zona preferencial de convergencia. A las 8 horas de integración todo lo ya descrito continúa profundizándose: la convergencia sobre el interior de la costa oeste, la divergencia sobre el mar y sobre la porción

central y este de la península (Figuras 70 c) (Pielke) y 68 c)), y los máximos de velocidad vertical positiva (Figuras 71 c) (Pielke) y 69 c)). La zona del máximo de velocidad vertical positiva continuó siendo advectada hacia el norte. A las 10 horas de integración Pielke muestra un decrecimiento del efecto de convergencia sobre el interior de la costa oeste (Figura 70 d)) y una consecuente disminución del máximo de w positivo (Figura 71 d)), en cambio eso no se aprecia tan claramente, aunque igualmente ocurre, en los resultados de este modelo (Figuras 68 d) y 69 d)). Esto es consecuencia de que el modelo de Pielke considera h y H variable y a las 10 horas de integración (3.5 horas después de la máxima temperatura) aquellos parámetros comienzan a sentir el efecto de la disminución de la inestabilidad vertical y en consecuencia disminuyen. En cambio en este modelo aquellos parámetros, al ser constantes, no contribuyen a reflejar el cambio en la inestabilidad.

- CASO VIENTO DEL SUDOESTE

Las Figuras 74 a), b), c) y d) muestran el campo de movimiento horizontal en el nivel de 50 m a las 3, 5, 8 y 10 horas de integración que obtiene Pielke, y las Figuras 75 a), b), c) y d) el correspondiente campo de movimiento vertical. Las Figuras 72 a), b), c) y d) y 73 a), b), c) y d) los correspondientes resultados que se obtienen con este modelo. La única diferencia en los datos de inicialización con respecto al caso anterior es que ahora el viento es del sudoeste. Al comenzar el calentamiento sobre la península se genera un gradiente de presión, en ella y en las zonas del mar cercanas a la costa, dirigido hacia el interior de la península. En consecuencia se produce una aceleración del movimiento sobre la costa y la mitad oeste de la península generando divergencia horizontal y movimientos de descenso. En cambio, sobre el interior de la costa este el movimiento se decelera y comienza a rotar hacia su izquierda debido al gradiente de presión dando lugar a convergencia horizontal y movimientos de ascenso. Con el transcurrir del tiempo se va estableciendo una zona preferencial de convergencia sobre la costa este donde aparecen las máximas velocidades verticales positivas. El motivo por el cual se establece una zona de convergencia horizontal preferencial sobre la costa este es conceptualmente el mismo que ya se discutió antes para el caso del viento del sudeste. Ahora el viento en gran escala proviene del sudoeste y por lo tanto sobre el mar, al oeste, y la mitad oeste de la península se genera divergencia horizontal extendida y lento movimiento de descenso. Sobre la costa este el viento rota y se dispone en forma más perpendicular a la dirección del movimiento en gran escala. En la secuencia de las Figuras 75 (Pielke) y Figuras 73 se observa como el centro de máxima velocidad

vertical positiva se desplaza desde el sudeste de la península; en las primeras horas de integración, hacia el norte posteriormente. Una diferencia importante que se observa en los resultados, y en ambos modelos, es la diferencia en la intensidad de los máximos de w positivo entre los dos casos analizados. Cuando el viento es del sudeste Pielke obtiene 70 cm/s (contra 77 cm/s de este modelo), mientras que cuando el viento es del sudoeste Pielke obtiene 50 cm/s (contra 59 cm/s de este modelo). Pielke atribuye esta diferencia a la forma de las costas. El considera que la costa oeste, al presentar una zona de mayor concavidad, genera convergencia adicional provocando un desplazamiento más lento del máximo y, en consecuencia, una profundización del mismo.

Podemos resumir los resultados de los dos casos de esta verificación así:

1) se establece, en ambos modelos, una zona preferencial de convergencia: sobre la costa este cuando el viento es del sudoeste y sobre la costa oeste cuando el viento es del sudeste.

2) en ambos modelos, los máximos de w positivo son mayores en el caso del viento del sudeste que en el caso del viento del sudoeste y esto es atribuible, según Pielke, a la forma de la costa.

3) los valores de w que se obtienen con este modelo son prácticamente iguales que los que obtiene Pielke. Los máximos valores absolutos son:

- viento del sudeste	
Pielke	Berri
-8 cm/s	-10 cm/s
+70 cm/s	+77 cm/s
- viento del sudoeste	
-8 cm/s	-12 cm/s
+50 cm/s	+59 cm/s

4) en ambos modelos, las zonas de máxima convergencia y por lo tanto máxima velocidad vertical positiva son advectadas de igual forma y en igual medida hacia el norte, en ambos casos.

5) la magnitud máxima que alcanza el movimiento horizontal en ambos modelos es la misma: de 8 a 10 m/s.

Pielke realiza una experiencia con su modelo integrándolo durante 12 horas e inicializándolo con las condiciones del 29 de junio de 1971. Ese día el viento en gran escala provenía del este-sudeste con una magnitud de 2.5 m/s. Pielke compara sus resultados, expresados como los campos de velocidad vertical a 1220 m de altura (Figura 76 a)), con los ecos de radar de las formaciones cumuliformes más persistentes que se muestran como sombras negras en la Figura 76 b)). Resulta destacable la excelente correspondencia entre las zonas de máximas velocidades verticales positivas y las zonas de ecos de radar más persistentes.

Esas Figuras corresponden a las 10.5 horas de integración a partir del amanecer y coinciden con la hora de máxima actividad convectiva, alrededor de las 16 hora local. Cabe recordar que en esta experiencia el viento es del este-sudeste así que sus resultados se deben comparar con los obtenidos en la experiencia previa con viento del sudeste. Pues bien, se observa que la zona de convergencia preferencial es sobre la porción sudoeste de la península, en concordancia con los resultados de la experiencia anterior.

Como conclusión general de ambas verificaciones podemos decir que el modelo aquí desarrollado constituye una herramienta útil y confiable para el estudio de este tipo de fenómenos en mesoescala.

3. SIMULACION DE UNA SITUACION DEL TIPO BRISA DE MAR Y TIERRA

La estructura termohidrodinámica de la capa límite está determinada por las características topográficas y la constitución de la superficie terrestre. Cuando estas condiciones no son homogéneas la estructura de la capa límite adquiere características que necesitan ser descritas en tres dimensiones. En zonas costeras, debido al contraste de temperatura existente entre la tierra y el agua, se desarrolla un fenómeno de características bien definidas conocido como brisa de mar y tierra. Esta brisa de mar es básicamente aire que se desplaza desde el mar hacia el continente. Por encima de la brisa se produce una corriente de retorno. Esta circulación se cierra con ascenso sobre la tierra y descenso sobre el mar, constituyendo una circulación en celda cerrada. Durante la noche cuando el calentamiento diferencial se invierte se desarrolla una circulación inversa conocida como brisa de tierra. Esta última circulación no tiene características tan definidas como la brisa de mar. El desarrollo y la magnitud de esta brisa dependen de las dimensiones relativas de los contrastes en las características de la superficie terrestre. El Río de la Plata presenta un espejo de agua de dimensiones considerables y permite así el desarrollo de circulaciones de ese tipo particularmente en presencia de un gradiente de presión débil.

3.1 CONDICIONES INICIALES Y DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA

Se diseñó una experiencia que pudiera representar las características de una circulación del tipo de brisa de mar y tierra. Estas se desarrollan en presencia de un gradiente de presión débil que debe permanecer durante todo el día. Este caso está representado por una situación anticiclónica con viento débil del noreste, situación típica en los meses estivales por el desplazamiento hacia el sur del anticiclón semipermanente del Atlántico.

Se integró el modelo para reproducir un ciclo típico de esta brisa. La integración se realizó durante 14 horas con un intervalo de 15 segundos y dado que el tiempo de proceso representó en todo momento un inconveniente hubo que minimizarlo y se trabajó sobre un retículo con un número reducido de puntos. Se eligió un retículo de 1716 puntos consistente en 11 puntos en la dirección x^* (aproximadamente

oeste-este), 13 puntos en la dirección y^* (aproximadamente sudoeste-noreste) y 12 puntos en la vertical. Este dominio cubre un área horizontal de aproximadamente 200x200km y 2 km en la vertical (Figura 1). Como referencia del tiempo de proceso basta decir que las 14 horas de integración en este retículo demoraron (utilizando un Δt de 15 segundos) 5 horas CPU del sistema digital VAX/VMS del Servicio de Cómputo de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (UBA).

Se inicializó el modelo siguiendo el mecanismo descrito en el punto 2.5 con los siguientes datos representativos de la escala sinóptica:

W_0 del NE a 3 m/s
 $P_0 = 1015$ mb
 $T_0 = 25^\circ\text{C}$

Se supuso que estas condiciones representativas de gran escala no variaron durante las 14 horas de integración del modelo de modo que en todo lo que sigue nos centraremos en la discusión de los apartamientos respecto de esas condiciones.

Las Figuras 13 y 34 a 36 muestran el conjunto de datos iniciales de presión y viento. La Figura 13 muestra el campo horizontal de presión a 10 metros de altura que surge del equilibrio geostrófico de (98.4) y (98.5). Las Figuras 34, 35 y 36 muestran los campos horizontales de viento a 10, 350, y 1100 metros de altura respectivamente, que surgen de la integración de (98.1) y (98.2).

Todos los gráficos que contienen curvas de nivel se realizaron con un paquete de rutinas de graficado (Del Franco, 1982) que fueron especialmente adaptados por su autor para el caso del retículo irregular que usa este modelo.

Como la circulación de brisa responde a un calentamiento diferencial entre la tierra y el mar es necesario introducir un forzante que lo simule. Se diseñó la siguiente función de calentamiento diferencial definiéndola sobre la temperatura potencial en el nivel de z_0 (Sun and Orlanski, 1981):

$$\theta(x^*, y^*, z_0, t) = \theta_0 + \frac{\Delta\theta}{2} \sin\left[\frac{2\pi}{T_c}(t-t_0)\right] \left[1 + \tanh\left(\frac{5(x^* - y^*)}{B}\right)\right] \quad (102)$$

donde $\Delta\theta$ representa la máxima diferencia de temperatura que se quiere alcanzar entre el río y la tierra que se tomó igual a 6°C . Esta diferencia de 6°C a 0.01 metros de altura representa una diferencia de alrededor de 4°C a nivel del abrigo meteorológico (1.50 metros de altura), que es donde corrientemente se mide la temperatura.

Además T_c representa el período sobre el cual se define el ciclo de calentamiento que se tomó igual a 24 horas; B es la distancia horizontal en la cual se registra el 75% de la diferencia ΔT y que se tomó igual a 30 km y $s(x^*, y^*)$ representa la distancia perpendicular entre la costa y cada punto de coordenadas (x^*, y^*) . Esta distancia se define como positiva sobre la tierra y negativa sobre el río. El instante inicial queda determinado por t_0 con la condición de que en $t=t_0$ el gradiente horizontal de θ sea cero en todo punto para poder satisfacer los requerimientos de inicialización. Esta condición puede darse en forma aproximada alrededor de 2 horas después de la salida del sol. En nuestro caso puede interpretarse como alrededor de las 8 hora local. Por (102) la máxima temperatura se produce 6 horas después es decir a las 14 hora local. En todo lo que sigue los instantes de tiempo estarán referidos a aquel instante. Como el modelo se integró durante 14 horas se debe interpretar como una integración hasta las 22 hora local.

El proceso de integración es el siguiente:

en $t=t_0+\Delta t$

- 1- se calcula θ_* con $\theta(h)$ y $\theta(z_0)$ y $\psi_h(h/L)=0$ a partir de (50.3)
- 2- se calcula $\hat{\alpha} = \arctan[v(h)/u(h)]$
- 3- se calcula u_* con $|\nabla(h)|$ a partir de (50.1) y (50.2)
- 4- se calcula L de (46)
- 5- se calcula ϕ_H y ϕ_R con (44) ó (45) y ψ_H y ψ_R con (48) ó (49) respectivamente según el signo de L.
- 6- se calcula u, v y θ a 10 metros con (50.1), (50.2) y (50.3) respectivamente y con la condición de contorno inferior (100.1)
- 7- se calcula K_z y K_{Tz} con (76), (77) y (78) en toda la vertical
- 8- se calcula K_H y K_{TH} según (79) en toda la vertical
- 9- se calcula θ con (84.3) desde h hacia H
- 10- se calcula θ' con (41.8) en toda la vertical
- 11- se calcula p' con (91) desde H hacia z
- 12- se calcula p con (41.7) en toda la vertical
- 13- se calcula u y v con (84.1) y (84.2) respectivamente desde h hacia H con la condición de contorno superior (99)
- 14- se aplican las condiciones de contorno lateral (101) a u, v y θ
- 15- se calcula w con (88) desde h hacia H con la condición

de contorno inferior (100.1)

Este proceso se repite para cada punto (x^*, y^*) . En el instante $t_0 + 2\Delta t$ se repite el proceso anterior en el orden 1 a 15.

Las ecuaciones (41.4) para w y (41.6) para p' son de primer orden y por lo tanto no tienen solución única cuando se establecen simultáneamente condiciones de contorno en $z=z_0$ y en $z=H$. La (41.4) para w se integra en el sentido positivo de z lo que implica dar más importancia a los niveles más bajos que son los determinantes de este tipo de circulaciones. La ecuación (41.6) para p' se integra desde H hacia z_0 con la condición de contorno superior (99) es decir $p'=0$. En este caso no hay duda en la elección de la condición de contorno conducente. Como el calentamiento procede desde abajo, el límite inferior es el que más varía y por lo tanto el tope del modelo es el menos perturbado.

3.2 DESCRIPCION Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS

La información más sustancial que provee el modelo, en cuanto a sus resultados, está contenida en los apartamientos de las variables respecto de la condición inicial no perturbada luego de diferentes intervalos de integración; de modo que básicamente se mostrarán esos apartamientos aunque también se mostrarán algunas variables en su forma total cuando se considere que eso contribuye a una mejor comprensión de los resultados. Es conveniente destacar que los apartamientos del campo de movimiento se pueden considerar como el campo de movimiento total cuando el estado inicial es el reposo. De todos modos no es este nuestro caso ya que la experiencia que se diseñó se inicializó con un viento leve del NE que es la situación típica que permite el desarrollo de la brisa particularmente si responde a un débil gradiente de presión en la escala sinóptica.

Las variables del modelo son ocho: u , v , w , p , p_0 , p' , θ y θ' . Tanto u como v se compondrán vectorialmente para una mejor interpretación y se mostrará también su diferencia respecto de la condición inicial. El campo de movimiento vertical w se puede interpretar también como un apartamiento ya que el campo inicial de w es cero en todo punto. Por último, se mostrarán los apartamientos p' y θ' de los campos de presión y temperatura.

Es conveniente aclarar que si bien la variable del modelo es la temperatura potencial θ , sus apartamientos se pueden interpretar como apartamientos de la temperatura ambiente particularmente sobre planos horizontales donde las variaciones de presión son pequeñas. Cerca de

la superficie terrestre, como la presión difiere muy poco de la presión de referencia de 1000 mb, esos valores de θ se pueden interpretar como casi numéricamente igual a los de temperatura ambiente.

- A las 2 horas de integración (10 hora local)

La Figura 5 muestra el campo de perturbación de temperatura en 10 metros de altura. Se observa que la temperatura crece más rápidamente tanto más lejos de la costa. Este calentamiento diferencial responde a la función de calentamiento (102) a 0.01 metros de altura que se muestra en la Figura 2. La respuesta en altura es la misma como se puede apreciar en la Figura 9 que corresponde a 350 metros de altura. La Figura 14 muestra el campo de perturbación de presión p' en 10 metros de altura. Como respuesta a la perturbación θ' la presión cae más rápidamente sobre el continente que sobre el río y así aparece un gradiente de presión bien definido orientado del río hacia la costa, aunque con una intensidad débil. La misma respuesta se observa a 350 metros de altura (Figura 18). Esto último puede apreciarse en las Figuras 22, 23 y 24 que muestran el apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a 10, 350, y 1100 metros de altura respectivamente. A 10 metros de altura (Figura 22) el viento comienza a rotar anticiclónicamente sobre las costas argentina y uruguayas es decir tiende a colocarse más perpendicular a las costas. A 350 metros de altura (Figura 23) ya se insinúa mejor la circulación de brisa al generarse una componente hacia la costa uruguaya. A 1100 metros los apartamientos son todavía muy pequeños e indefinidos. Conviene destacar que estas figuras están magnificadas ya que la escala es 4 ó 6 veces mayor que en las figuras 34, 35 ó 36 que corresponden al campo total. Por ejemplo, se puede comparar la Figura 34 con la 37 que muestra el campo total a 10 metros de altura donde se aprecia que la diferencia entre ambas es aún pequeña. El mismo resultado se observa a 350 y 1100 metros de altura cuyos campos de movimiento total se muestran en las Figuras 38 y 39 respectivamente. Se puede lograr una interpretación fácil y cualitativamente correcta si suponemos que el movimiento inicial es cero y por lo tanto el apartamiento se transforma en movimiento total. El campo de movimiento vertical asociado se muestra en las Figuras 49 y 50 según los planos I y J respectivamente, que se indican en la Figura 1. Si bien las velocidades verticales son pequeñas, ya se insinúa una respuesta cualitativamente correcta de las mismas a la convergencia y divergencia del campo de movimiento horizontal en respuesta, a su vez, a la perturbación en la presión como es típico en las situaciones de brisa. En la Figura 49 se observa un movimiento de ascenso sobre el continente hacia el interior de las costas argentina y uruguaya y

descenso sobre el río. Algo similar se observa en la Figura 50 donde el mayor descenso se produce sobre el río cerca de la costa y se insinúa el ascenso sobre la provincia de Entre Ríos.

La Figura 57 muestra el campo de movimiento vertical w sobre un plano horizontal a 1100 metros de altura y en ella se observa claramente la posición de las zonas de ascenso y de descenso antes descriptas.

- A las 6 horas de integración (14 hora local)

La Figura 6 muestra la perturbación de θ a 10 metros de altura, donde se observa que el gradiente horizontal ha crecido y alcanzado el valor de 1°C entre el centro del río y los puntos más alejados de la costa sobre el continente. Este calentamiento diferencial responde al forzante (102) a 0.01 metros de altura que se muestra en la Figura 3. A mayor altura la respuesta es similar como se puede apreciar en la Figura 10 que corresponde a 350 metros de altura si se la compara con la Figura 6. En respuesta a este calentamiento diferencial, la Figura 15 muestra como la perturbación p' a 10 metros de altura profundiza el gradiente de presión perpendicular a la costa. Lo mismo ocurre a 350 metros de altura (Figura 19). Las Figuras 25, 26 y 27 muestran el apartamiento del campo de viento respecto del inicial a 10, 350 y 1100 metros de altura respectivamente. En ellas se puede ver en forma bien definida como la perturbación del movimiento se torna más perpendicular a la costa en respuesta al campo de perturbación p' de la Figura 15. Esta perturbación del movimiento se intensifica en 350 metros de altura en algunos lugares y aún en 1100 metros de altura está presente aunque en menor medida. La Figura 40 muestra el campo total de movimiento a 10 metros de altura. Se observa como el viento sobre la costa uruguaya ha adquirido componente perpendicular a la costa y se encuentra ya casi paralelo a la misma. Sobre la costa argentina el movimiento se ha acelerado en forma perpendicular y hacia la costa. Las Figuras 41 y 42 muestran una respuesta similar del campo de movimiento total a 350 y 1100 metros de altura si se la compara con la Figura 6. Las Figuras 51 y 52 muestran el campo de movimiento vertical w según los planos verticales I y J respectivamente. Nuevamente se encuentran bien definidos los campos de convergencia horizontal en capas bajas y ascenso sobre la tierra y divergencia horizontal en capas bajas y descenso sobre el río, aunque con una particularidad. En la Figura 51 se puede apreciar el efecto de la advección horizontal sobre w . El eje vertical de máxima convergencia horizontal (máximo movimiento de ascenso) que en la Figura 49 se encontraba a unos 20 km en el interior del territorio uruguayo, ahora se encuentra sobre la costa. Algo similar ocurre con el eje vertical de máxima divergencia horizontal (máximo movimiento de descenso) que en

la Figura 49 se encontraba casi en el centro del río y ahora se ha desplazado hacia la costa argentina. Coincidentemente con eso, la convergencia sobre el territorio argentino ha sido advectada hacia afuera del dominio del modelo. Algo parecido se aprecia comparando las Figuras 50 y 52. El eje vertical de máxima divergencia horizontal que se encontraba a unos 15 km al SE de la costa de Entre Ríos se ha desplazado y se encuentra ya casi encima de la costa misma. El efecto de la advección horizontal también se aprecia en las Figuras 15 y 19 para la perturbación p' a 10 y 350 metros de altura respectivamente. Es posible observar como al norte de la costa uruguaya, sobre la desembocadura del río Uruguay, el gradiente de p' perpendicular a la costa es mayor que sobre la costa argentina más al sur. Esto se debe a que hay una gran convergencia del movimiento perpendicular a la costa sobre Uruguay lo que se traduce en un estrechamiento de isolíneas. En cambio, la divergencia del movimiento perpendicular a la costa sobre Argentina produce una separación entre isolíneas y por lo tanto un menor gradiente. Esto último se aprecia mejor en la Figura 40 que muestra el campo de movimiento total a 10 metros de altura, donde se observa la gran convergencia perpendicular a la costa uruguaya. Este efecto está presente también a 350 metros de altura (Figura 41), pero a 1100 metros de altura (Figura 42) ya está muy atenuado. La Figura 58 muestra el campo de movimiento vertical w a 1100 metros de altura donde se aprecia claramente como la zona de ascenso sobre Argentina ha sido desplazada hacia el sur e incluso advectada fuera del dominio. Sólo en el borde sur queda una pequeña zona de ascenso. Hacia el oeste del dominio se ve como la zona de descenso ha sido advectada hacia el interior de la costa de Entre Ríos. Sobre todo el río hay descenso y sobre todo el interior del Uruguay hay ascenso.

- A las 10 horas de integración (18 hora local)

La función de calentamiento (102) responde de igual forma que a las 2 horas de integración de modo que puede verse en la Figura 2. La Figura 20 muestra la perturbación de temperatura, θ' a 10 metros de altura. El gradiente horizontal de temperatura responde a la función de calentamiento (102) aunque ya se hace más notorio el efecto de la advección horizontal. Al norte de la costa del Uruguay el gradiente horizontal de temperatura duplica al mismo sobre la costa argentina. Este efecto se ve magnificado con la altura como se aprecia en la Figura 11 que corresponde a 350 metros de altura. Si comparamos la Figura 11 con la Figura 7 vemos que la diferencia entre los gradientes horizontales de temperatura sobre ambas costas crece con la altura. Este efecto tiene que responder a la advección vertical. Observemos la Figura 59 que muestra el campo de movimiento vertical w a 1100 metros de altura. Sobre el territorio uruguayo se observa un máximo positivo

y un mínimo negativo muy próximos. Esto provoca una advección vertical diferencial y por lo tanto una gran cortante horizontal en la zona. En cambio sobre la costa y el interior argentino predomina el movimiento de descenso y el contraste horizontal de temperatura es menor. La respuesta de la perturbación de presión p' a ese calentamiento se ve en las Figuras 16 y 20 para 10 y 350 metros de altura respectivamente. El mayor gradiente de presión se da sobre la costa uruguaya y disminuye hacia la costa argentina. Comparando ambas Figuras se observa que la diferencia entre los gradientes horizontales de presión sobre ambas costas se magnifica con la altura en respuesta al calentamiento diferencial. Esta perturbación de la presión es la que define las particularidades del campo de movimiento. Las Figuras 28, 29 y 30 muestran el apartamiento del campo de movimiento a 10, 350 y 1100 metros de altura respectivamente. A 10 metros la perturbación responde en forma bien definida a una circulación del tipo brisa de mar y tierra. Lo mismo ocurre en los niveles más altos aunque se observa una gran aceleración sobre la costa uruguaya en la desembocadura del río Uruguay. Las Figuras 43, 44 y 45 muestran el campo total de movimiento a 10, 350 y 1100 metros de altura respectivamente. Se observa una componente bien definida del movimiento total hacia el interior de ambas costas, más perpendicular a la misma sobre la costa argentina al sur y la costa de la provincia de Entre Ríos. Sobre la costa uruguaya el movimiento es menos perpendicular a la misma porque no alcanza a vencer la circulación inicial y de gran escala proveniente del noreste. Este movimiento se da también en los niveles más altos aún a 1100 metros de altura. Veamos ahora el campo de movimiento vertical asociado. La Figura 53 muestra un efecto de advección que es muy particular. Como consecuencia de la fuerte circulación hacia el norte sobre la costa uruguaya se produce una advección horizontal de los ejes de máxima convergencia y divergencia en sentido opuesto al que se registraba a las 6 horas de integración. El eje vertical de máxima convergencia horizontal (máximo movimiento de ascenso) es ahora advectado hacia el interior del territorio uruguayo. Lo mismo ocurre con el eje de máxima divergencia horizontal (máximo movimiento de descenso) que antes fue advectado del centro del río hacia la costa argentina es ahora advectado hacia la costa uruguaya y se encuentra ya casi sobre la misma. En la Figura 54 se observa como el eje de máxima divergencia horizontal (máximo movimiento de descenso) continúa siendo advectado hacia el interior de la provincia de Entre Ríos por la componente del viento perpendicular a esta costa. Incluso la zona de ascenso que permanecía sobre el borde izquierdo a las 6 horas de integración (Figura 52) ya ha sido advectado afuera del dominio. Esto último se aprecia bien si se comparan las Figuras 58 y 59. La Figura 59 muestra la distribución horizontal de zonas de ascenso y de descenso. Sobre el borde norte del

dominio comienza a aparecer una pequeña perturbación como ya se insinuó en la temperatura θ' (Figura 11) y en la presión p' (Figuras 16 y 20).

- A las 14 horas de integración (22 hora local)

La función de calentamiento (102) ha invertido ahora el gradiente horizontal de temperatura como se puede ver en la Figura 4. Ahora los puntos más alejados de la costa están $2,5^{\circ}\text{C}$ más fríos que el centro del río. Para este instante hace más de 2 horas que se ha puesto el sol y en consecuencia el aire sobre el continente ha comenzado a enfriarse más rápidamente que sobre el río. Este enfriamiento se propaga con la altura como se puede apreciar en la Figura 8 que muestra la perturbación θ' a 10 metros de altura. Este campo se encuentra perturbado en el borde norte del dominio. En el borde sur también se encuentra perturbado por una lengua caliente aunque de pequeña magnitud. Esta lengua caliente a 10 metros de altura se puede deber al efecto combinado de la advección horizontal y la estabilidad en capas bajas. Las funciones de estabilidad (45) y (49), para casos estables como corresponde a esta hora, no representan tan bien a los perfiles verticales de viento y temperatura como lo hacen las correspondientes (44) y (48) para casos inestables durante el día. A 350 metros de altura (Figura 12) el enfriamiento no ha penetrado todavía y el gradiente horizontal de temperatura no se ha invertido aún. De todos modos se aprecia como el borde norte del dominio esta también perturbado. Sobre el territorio argentino la perturbación θ' no sigue la misma distribución en función de la distancia a la costa como en las capas más bajas. La respuesta, a ese calentamiento diferencial, del campo de perturbación p' de la presión se puede observar en las Figuras 17 y 21 para 10 y 350 metros de altura respectivamente. En ambas se observa que el borde norte del dominio está perturbado. El gradiente de presión de la perturbación p' perpendicular a la costa se ha debilitado pero a su vez ha adquirido una forma general bastante perturbada. De todos modos, ese debilitamiento del gradiente perpendicular a la costa se traduce en una respuesta cualitativamente correcta del campo de viento como se puede ver en la Figura 31 para el apartamiento de V a 10 metros de altura en especial sobre la costa argentina. La componente perpendicular a la costa de la perturbación de V se ha reducido. Inclusive sobre la costa se invierte, es decir, adquiere componente de apartamiento hacia el río como es de esperar en el caso de brisa de tierra durante la noche. El mismo efecto se insinúa en los niveles más altos como se puede ver en las Figuras 32 y 33 que corresponden a 350 y 1100 metros de altura respectivamente. Esta respuesta también se encuentra sobre la costa uruguaya particularmente hacia el este. Hacia el oeste de la costa uruguaya y al

norte de la desembocadura del Río Uruguay esa respuesta no es tan evidente. En esta última zona el movimiento está perturbado y tanto más cuanto más al norte. El movimiento total se muestra en las Figuras 46, 47 y 48 que corresponden a 10, 350 y 1100 metros de altura. En la Figura 46 se ve como sobre ambas costas el viento pierde componente perpendicular a las mismas. Si se compara con la Figura 43 se ve como sobre la costa argentina el viento rota ciclonicamente y sobre la costa uruguaya rota anticiclonicamente. Si comparamos las Figuras 47 y 48 vemos que a 350 metros de altura (Figura 47) el viento es mayor que a 1100 metros de altura (Figura 48). Esto indica el desarrollo de un jet nocturno en capas bajas. Estas Figuras corresponden a las 22 hora local, es decir, por lo menos 2 horas después de la puesta del sol. Las capas bajas ya han adquirido una estructura vertical estable donde la temperatura potencial crece con la altura. Esta estabilidad en capas bajas impide un transporte efectivo de cantidad de movimiento hacia la superficie provocando un aumento en la velocidad del viento en los niveles intermedios. Este efecto se observa en casi todo el dominio excepto en una pequeña zona sobre el límite sudoeste donde se puede apreciar que casi no existe diferencia entre el viento a 350 metros y a 1100 metros de altura. Esta zona coincide con aquella que en la Figura 8 muestra, a 10 metros de altura, una lengua de aire más caliente que su entorno. Veamos ahora el movimiento vertical. Las Figuras 55 y 56 muestran el campo de w según los planos I y J respectivamente. En la Figura 55 se ve como comienza a desarrollarse una zona de divergencia horizontal y descenso sobre el territorio argentino. Algo similar ocurre sobre el territorio uruguayo. Entre ambas zonas de descenso ya se insinúa en capas bajas una zona de convergencia horizontal y ascenso. Sobre el extremo norte del dominio aparece una zona de fuerte convergencia horizontal y consecuentemente un intenso movimiento de ascenso. Esa convergencia se aprecia bien en las Figuras 46 y 47 del campo total de movimiento. La Figura 56 muestra el desarrollo de una zona de convergencia horizontal y ascenso sobre la costa de la provincia de Entre Ríos. Esa convergencia horizontal del movimiento se puede ver en la Figura 46. Sobre el río predomina el movimiento de descenso. De todos modos no está aún bien definida una circulación típica de brisa de tierra. En general se observa que el movimiento está perturbado. La Figura 60 muestra el campo de movimiento vertical w a 1100 metros de altura. Sobre la costa argentina, al este, comienza a insinuarse una zona de convergencia horizontal y ascenso. Comparando con la Figura 59, se observa que los valores de w , aunque todavía negativos, han comenzado a disminuir. En el sudoeste del territorio argentino se observa una zona de ascenso bastante estrecha que coincide con la lengua de aire caliente que ya fue descrita en la Figura 8. Sobre el borde norte del dominio se pueden ver dos máximos positivos y un mínimo negativo de w , todos

ellos muy próximos. Esto genera una advección vertical diferencial que incrementa los gradientes horizontales y se observa que, en general, el movimiento en la zona está perturbado. Esa perturbación ya se insinuó a las 10 horas de integración y ahora se ha magnificado. Esa perturbación puede tener su origen en la condición de borde que se utiliza ya que se genera sobre el borde mismo.

3.3.1 DISCUSION SOBRE EL EFECTO DE LA RUGOSIDAD DE LA SUPERFICIE

La rugosidad del terreno tiene una influencia directa sobre el perfil vertical del viento a punto tal que un brusco aumento en aquélla genera el desarrollo de lo que se denomina capa límite interna la cual se profundiza, a partir del lugar del cambio, corriente abajo del flujo dominante (Pielke 1984). El aumento de la rugosidad se traduce en deceleración del movimiento horizontal en las capas mas bajas dando lugar a la generación de convergencia horizontal y movimientos de ascenso. El cambio inverso, es decir una brusca disminución de la rugosidad, generará aceleración del movimiento, divergencia horizontal y, en consecuencia, movimientos de descenso. El contraste entre el mar y el continente define tambien una zona de brusco cambio en la rugosidad lo que provoca movimientos verticales. En nuestro caso es necesario determinar cual es el peso relativo del efecto de la rugosidad, frente al efecto del calentamiento diferencial, en la determinación de las características de la circulación de brisa. Para ello tomaremos los resultados que obtiene Pielke (1974a) al realizar algunas experiencias con su modelo. Pielke realiza una primera experiencia en la cual corre su modelo con las mismas condiciones que las ya descritas en el punto 2.6.2, solo que elimina el calentamiento diferencial pero retiene el cambio en la rugosidad. Sobre el continente z_0 es constante e igual a 4 cm, pero sobre el mar aquel es funcion del viento, $z_0 = 0.032 u_*^2 / g$. Despues de 2 horas de integración, al alcanzar el estado estacionario, encuentra zonas de velocidad vertical positiva sobre el continente cerca de las costas pero con valores máximos de 0.2 cm/s. En una segunda experiencia elimina el cambio en el parametro de rugosidad entre el mar y el continente pero retiene el calentamiento diferencial. En esas condiciones integra su modelo y compara el campo de movimiento vertical w a las 3, 5, 8 y 10 horas de integración con los resultados de su experiencia con viento del sudeste ya descritos en el punto 2.6.2. Observa que, en este caso, en las primeras horas de integración las velocidades crecen un poco más lentamente pero hacia las 8 y 10 horas de integración aquéllas alcanzan prácticamente los mismos valores, siendo solo un 1% o 2% menores.

Tampoco encuentra diferencias en las posiciones iniciales de los máximos de w positivo ni en sus desplazamientos posteriores. Concluye entonces que el calentamiento diferencial es el que define las características de la brisa y que el cambio en la rugosidad no juega un papel importante. Si bien es cierto que no se realizó ese tipo de experiencias con este modelo, dado los buenos resultados de la comparación ya descrita en el punto 2.6.2, se infiere la misma conclusión a la que arriba Pielke.

Es necesario destacar que la conclusión a la que se arriba es válida ya que ambos modelos trabajan sobre superficies prácticamente llanas. Cuando el terreno presenta pendientes, aun cuando sean tan pequeñas como 1/500, generan convergencias y movimientos verticales que son del mismo orden que los registrados en los ciclones extratropicales (Paegle 1978 y Paegle y McLawhorn 1983).

3.3.2 DISCUSION SOBRE EL ESQUEMA NUMERICO UTILIZADO

Molenkamp (1968) y Pielke (1984) presentan una excelente discusión sobre las propiedades difusivas que posee el esquema adelantado en el tiempo y corriente arriba en el espacio, para los términos advectivos. Particularmente Molenkamp (1968) es muy crítico al respecto y dice que la difusión implícita que introduce este esquema, puede llegar a ser tan grande como la difusión turbulenta misma. Pielke (1984) comenta que este esquema ha sido utilizado en extenso en modelos de mesoescala. Reconoce que este esquema tiene un efecto amortiguador, pero también destaca que distintos autores han obtenido resultados apropiados con el mismo. Cabe destacar que el amortiguamiento es selectivo, ya que opera sobre las ondas más cortas, particularmente aquellas de hasta $4 \Delta x$ o $4 \Delta y$. Es en este último punto donde se le reconoce su mayor ventaja, ya que contribuye a dominar la inestabilidad no lineal al disipar la energía de las escalas menores. Pielke (1984) destaca que este esquema es particularmente útil para modelar aquellos fenómenos donde la advección no constituye el término dominante de las ecuaciones de conservación. Este último es justamente el caso que estudia este modelo, ya que en las circulaciones de brisa en mesoescala el término dominante es el de la fuerza de presión. Por último, se destaca que se eligió este esquema para los términos advectivos por sus propiedades de estabilidad y por su contribución a dominar la inestabilidad no lineal.

4. CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo fue desarrollar un modelo de simulación numérica en tres dimensiones y no estacionario para el estudio de la característica más sobresaliente de la capa límite atmosférica sobre el Río de la Plata y sus inmediaciones que es la circulación de brisa. Se impuso la condición de lograr un modelo sencillo con el objeto de armar una estructura básica que constituya el punto de partida para un modelo más elaborado.

Con el objeto de tomar en cuenta especialmente la influencia que la irregularidad de la costa ejerce sobre la capa límite, se propuso la aplicación de un método de transformación de las coordenadas horizontales como solución al problema que tal condición de frontera inferior plantea en el modelado numérico.

El sistema de ecuaciones transformado aquí obtenido mostró ser eficaz en el tratamiento de la inhomogeneidad topográfica representada en nuestro caso por la costa del Río de la Plata.

La necesidad de verificar las soluciones que brinda el modelo para poder determinar cual es el grado de aproximación a la realidad que logran sus resultados obligó a ensayar alguno de los caminos usuales. Se descartó la comparación con soluciones analíticas por la complejidad que representa la irregularidad de la costa, como así también la comparación con observaciones ya que no existe un conjunto de datos apropiados para ello. En consecuencia se eligió la comparación con los resultados logrados por otros modelos que fueron desarrollados en forma independiente. Para ello se eligió el modelo de McPherson (1970) y el de Pielke (1974a). Los resultados de ambas comparaciones son muy buenos. La comparación con el modelo de Pielke, en particular, arroja además coincidencias numéricas en los valores de las velocidades verticales. La posterior necesidad de comprobar la bondad del método utilizado para estudiar la brisa en el Río de la Plata, requirió nuevamente ensayar el modelo aquí desarrollado por alguno de los caminos usuales. En este caso la falta de datos apropiados, por un lado, y la inexistencia de otros modelos aplicados a esta región, por otro, obligó a la adopción de la simulación numérica como alternativa. Si los resultados de la simulación numérica son acordes con las características físicas más importantes de fenómenos similares observados, podemos concluir que el modelo es apto no solo para reproducir tales características, sino también para estudiar los procesos físicos involucrados.

Para realizar tal simulación se introdujo como forzante en superficie una perturbación en la temperatura, en función del tiempo y del espacio. Con el objeto de tomar en cuenta la parte más definida de un ciclo de brisa, se extendió la simulación durante 14 horas a partir

de un instante definido como 2 horas después de la salida del sol. Este instante inicial representa, aproximadamente, el momento de mayor homogeneidad horizontal, en todo el dominio, de la temperatura en superficie.

En el punto 3 se ha hecho una descripción y discusión de los resultados muy en detalle. A continuación se resume los resultados más sobresalientes obtenidos en la simulación numérica. La transformación de coordenadas aquí propuesta permitió la obtención de un sistema de ecuaciones cuya integración temporal, además de mostrar condiciones de estabilidad, reprodujo las características más notables de la brisa como cabría esperar en el Río de la Plata. Por lo tanto el método aquí propuesto representa una alternativa válida de solución al problema de la irregularidad topográfica de la costa.

Entre los resultados obtenidos con el modelo caben destacar, por su similitud con otras circulaciones reales de este tipo observadas, las siguientes:

- 1) una respuesta correcta del modelo al forzante introducido en la temperatura de superficie
- 2) la rotación del viento en respuesta a la perturbación de la presión es correcta
- 3) los campos de convergencia y divergencia horizontal y su movimiento vertical asociado son consistentes con lo señalado en 1) y 2)
- 4) el efecto de la advección sobre los ejes verticales de máxima convergencia y divergencia y su movimiento vertical asociado muestran con claridad el proceso de retroalimentación debido a la asimetría de la circulación de brisa.
- 5) se establece una zona preferencial de convergencia horizontal y movimientos de ascenso sobre la mitad oeste de la costa uruguaya y su inmediata adyacencia continental
- 6) sobre el resto del dominio predomina la divergencia y los movimientos de descenso
- 7) sobre toda la costa uruguaya el viento, inicialmente del noreste, rota rápidamente hacia el sector este y este-sudeste y permanece así durante todo el día
- 8) sobre la costa de la provincia de Buenos Aires el viento es, sin mayores cambios, del sector noreste y este-noreste durante

todo el día

Con el objeto de lograr una adecuada representación del frente de brisa, que este modelo no consigue, será necesario en el futuro incluir al vapor de agua como variable adicional. Un aumento en la extensión vertical del dominio reducirá los efectos no reales que la frontera superior ejerce sobre la velocidad vertical. Como consecuencia de esto último podría lograrse una reproducción más acabada de la contrabrisa en capas altas. Además, se estima que la adopción de condiciones de frontera lateral del tipo radiativo mejorarán la solución particularmente para períodos largos de integración.

Jesus R. Cruz

g m / B

LISTA DE SIMBOLOS

B	parámetro que gobierna la intensidad del contraste tierra-mar
c_p	calor específico a presión constante
c_v	calor específico a volumen constante
D_x	distancia horizontal arbitraria
D_y	idem anterior
f	parámetro de Coriolis = $2\Omega \sin \varphi$
g	aceleración de la gravedad
h	altura de la capa de superficie
H	altura de la capa límite atmosférica
H_α	altura de una atmósfera escalada con α_0
i, j, k	versores en las direcciones este, norte y arriba respectivamente
j	segundo parámetro de Coriolis = $2\Omega \cos \varphi$
k	constante de von Karman
K_H	coeficiente de intercambio turbulento horizontal de momento
K_{TH}	coeficiente de intercambio turbulento horizontal de calor
K_{Tz}	coeficiente de intercambio turbulento vertical de calor
K_V	coeficiente genérico de intercambio turbulento vertical
K_z	coeficiente de intercambio turbulento vertical de momento
L	longitud de Monin-Obukhov
L_H	escala horizontal
L_z	escala vertical

P	orden de magnitud de la presión
P_{∞}	presión de referencia en superficie
p	presión atmosférica
p_0	promedio horizontal de la presión en la escala sinóptica
p'	apartamiento en mesoescala respecto del promedio p_0
p^*	apartamiento subreticular respecto de $(p_0 + p')$
q	humedad específica
R	(1) constante específica del aire seco, (2) recinto físico de integración
R^*	recinto transformado de integración
S	entropía
S_0	fuentes y sumideros de calor
s	mínima distancia entre la costa y cada punto de coordenadas (x^*, y^*)
t	tiempo
t_α	escala de tiempo para las variaciones de la densidad
T	orden de magnitud de la temperatura
T_c	período del ciclo diario de calentamiento
T_{∞}	temperatura de referencia en superficie
T_v	temperatura virtual
u	componente de \mathbb{V} en la dirección del eje x
u_g	componente del viento geostrófico en la dirección del eje x
u_*	velocidad de fricción

U orden de magnitud del viento
 v componente de \mathbf{V} en la dirección del eje y
 v_G componente del viento geostrófico en la dirección del eje y
 \mathbf{V} vector viento tridimensional = $u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$
 \mathbf{V}_G vector viento geostrófico = $u_G\mathbf{i} + v_G\mathbf{j}$
 W orden de magnitud de la velocidad vertical
 x coordenada horizontal positiva hacia el este
 x^* coordenada horizontal transformada paralela a la costa del Río de la Plata y positiva hacia el este.
 y coordenada horizontal positiva hacia el norte
 y^* coordenada horizontal transformada perpendicular a la costa del Río de la Plata y positiva hacia el norte
 z coordenada vertical
 z_0 parámetro de rugosidad
 α volumen específico
 α_0 promedio horizontal del volumen específico en la escala sinóptica
 α' apartamiento en mesoescala respecto del promedio α_0
 α^* apartamiento subreticular respecto de $(\alpha_0 + \alpha')$
 $\hat{\alpha}$ ángulo comprendido entre \mathbf{V}_G y el vector viento horizontal
 Δ incremento finito
 ∇ operador nabla = $\partial/\partial x \mathbf{i} + \partial/\partial y \mathbf{j} + \partial/\partial z \mathbf{k}$
 θ temperatura potencial
 θ_0 promedio horizontal de temperatura potencial en la escala sinóptica
 θ^0 temperatura potencial en el nivel z_0

- θ' apartamiento en mesoescala respecto del promedio θ_0
 θ_* flujo turbulento de calor normalizado con u_*
 ρ densidad del aire
 ρ_0 promedio horizontal de la densidad en la escala sinóptica
 φ latitud
 ϕ_m gradiente vertical adimensional de viento
 ϕ_h gradiente vertical adimensional de temperatura potencial
 ψ función que representa tanto a u , v ó θ
 Ψ_m forma integrada en la vertical de ϕ_m
 Ψ_h forma integrada en la vertical de ϕ_h
 Ω módulo de \mathcal{Q}
 \mathcal{Q} vector velocidad angular de rotación terrestre

VALOR DE LAS CONSTANTES

$$c_p = 1004 \text{ J Kg}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{K}^{-1}$$

$$c_v = 717 \text{ J Kg}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{K}^{-1}$$

$$g = 9.80616 \text{ m s}^{-2}$$

$$k = 0.35$$

$$R = 287 \text{ J Kg}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{K}^{-1}$$

$$\pi = 3.141593$$

$$\varphi = 35^{\circ}\text{S}$$

$$\Omega = 7.27221 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Dominio de resolución' del modelo	98
Figura 2	Campo de perturbación θ' a las 10 hora local a 0.01 metros de altura	99
Figura 3	Idem, 14 hora local a 0.01 metros de altura	99
Figura 4	Idem, 22 hora local a 0.01 metros de altura	100
Figura 5	Idem, 10 hora local a 10 metros de altura	100
Figura 6	Idem, 14 hora local a 10 metros de altura	101
Figura 7	Idem, 18 hora local a 10 metros de altura	101
Figura 8	Idem, 22 hora local a 10 metros de altura	102
Figura 9	Idem, 10 hora local a 350 metros de altura	102
Figura 10	Idem, 14 hora local a 350 metros de altura	103
Figura 11	Idem, 18 hora local a 350 metros de altura	103
Figura 12	Idem, 22 hora local a 350 metros de altura	104
Figura 13	Campo inicial de p' a las 8 hora local a 10 metros de altura	104
Figura 14	Campo de perturbación p' a las 10 hora local a 10 metros de altura	105
Figura 15	Idem, 14 hora local a 10 metros de altura	105
Figura 16	Idem, 18 hora local a 10 metros de altura	106
Figura 17	Idem, 22 hora local a 10 metros de altura	106
Figura 18	Idem, 10 hora local a 350 metros de altura	107
Figura 19	Idem, 14 hora local a 350 metros de altura	107
Figura 20	Idem, 18 hora local a 350 metros de altura	108

Figura 21	Idem, 22 hora local a 350 metros de altura	108
Figura 22	Apartamiento del campo de viento a las 10 hora local a 10 metros de altura	109
Figura 23	Idem, 10 hora local a 350 metros de altura	109
Figura 24	Idem, 10 hora local a 1100 metros de altura	110
Figura 25	Idem, 14 hora local a 10 metros de altura	110
Figura 26	Idem, 14 hora local a 350 metros de altura	111
Figura 27	Idem, 14 hora local a 1100 metros de altura	111
Figura 28	Idem, 18 hora local a 10 metros de altura	112
Figura 29	Idem, 18 hora local a 350 metros de altura	112
Figura 30	Idem, 18 hora local a 1100 metros de altura	113
Figura 31	Idem, 22 hora local a 10 metros de altura	113
Figura 32	Idem, 22 hora local a 350 metros de altura	114
Figura 33	Idem, 22 hora local a 1100 metros de altura	114
Figura 34	Campo inicial de V a 10 metros de altura	115
Figura 35	Campo inicial de V a 350 metros de altura	115
Figura 36	Campo inicial de V a 1100 metros de altura	116
Figura 37	Campo total de viento a las 10 hora local a 10 metros de altura	116
Figura 38	Idem, 10 hora local a 350 metros de altura	117
Figura 39	Idem, 10 hora local a 1100 metros de altura	117
Figura 40	Idem, 14 hora local a 10 metros de altura	118
Figura 41	Idem, 14 hora local a 350 metros de altura	118

Figura 42	Idem, 14 hora local a 1100 metros de altura	119
Figura 43	Idem, 18 hora local a 10 metros de altura	119
Figura 44	Idem, 18 hora local a 350 metros de altura	120
Figura 45	Idem, 18 hora local a 1100 metros de altura	120
Figura 46	Idem, 22 hora local a 10 metros de altura	121
Figura 47	Idem, 22 hora local a 350 metros de altura	121
Figura 48	Idem, 22 hora local a 1100 metros de altura	122
Figura 49	Campo de w a las 10 hora local segun plano I	123
Figura 50	Idem, 10 hora local según plano J	123
Figura 51	Idem, 14 hora local según plano I	124
Figura 52	Idem, 14 hora local según plano J	126
Figura 53	Idem, 18 hora local según plano I	125
Figura 54	Idem, 18 hora local según plano J	125
Figura 55	Idem, 22 hora local según plano I	126
Figura 56	Idem, 22 hora local según plano J	127
Figura 57	Campo de w a las 10 hora local en un plano horizontal a 1100 metros de altura	127
Figura 58	Idem, 14 hora local	127
Figura 59	Idem, 18 hora local	128
Figura 60	Idem, 22 hora local	128
Figura 61	Dominio de McPherson	129
Figura 62	Dominio de Pielke	129
Figura 63	Campo de viento a 250 m	130

Figura 64	Campo de w a 850 m	131
Figura 65	Campo de viento a 250 m y de w a 850 m(McPherson)	132
Figura 66	Campo de a 250 m	133
Figura 67	Campo de a 250 m (McPherson)	134
Figura 68	Campo de viento (caso sudeste) a 50 m	135
Figura 68	Idem	136
Figura 69	Campo de w (caso sudeste) a 1220 m	137
Figura 69	Idem	138
Figura 70	Campo de viento (caso sudeste) a 50 m (Pielke)	139
Figura 71	Campo de w (caso sudeste) a 1220 m (Pielke)	140
Figura 72	Campo de viento (caso sudoeste) a 50 m	141
Figura 72	Idem	142
Figura 73	Campo de w (caso sudoeste) a 1220 m	143
Figura 73	Idem	144
Figura 74	Campo de viento (caso sudoeste) a 50 m (Pielke)	145
Figura 75	Campo de w (caso sudoeste) a 1220 m (Pielke)	146
Figura 76	Campo de w a 1220 m y ecos de radar (Pielke)	147

5. REFERENCIAS

- Alpert P. and Neumann J. (1983): "A simulation of a Lake Michigan winter land breeze on the 7th of November 1978", Monthly Weather Review, Vol. 111
- Anthes R.A. and Warner T.T (1978): "Development of mesoscales models suitable for air pollution and other meso-meteorological studies", Monthly Weather Review, Vol. 106.
- Arakawa H. and Utsagi M. (1937): "Theoretical investigation on land and sea breezes", Geophysical Magazine, Tokio, Vol.11.
- Berri G.J. (1977): Experiments with a one-dimensional time-dependent planetary boundary layer model", Report ARQL-77/9, Atmospheric Environment Service, Canada
- Berri G.J. (1978): "Resolución del balance calórico en la interfase suelo-atmósfera mediante un modelo unidimensional y no estacionario de la capa límite planetaria", Meteorologica, Vol. 8 y 9
- Berri G.J. (1986): "Transformación de coordenadas como alternativa de solución al tratamiento por diferencias finitas de inhomogeneidades topográficas en modelos numéricos", Primer Congreso Interamericano de Meteorología, Brasilia, Octubre 1986.
- Businger J.A. (1973): "Workshop on Micrometeorology", Chap. 2, American Meteorological Society, Boston, Massachusetts.
- Dalu G.A. and Purini R. (1981): "A numerical study of the marine surface layer in a sea breeze regime", Ocean Management, Vol. 6.
- Defant F. (1951): "Local winds", Compendium of Meteorology, American Meteorological Society.
- Del Franco M.G. (1982): "Aplicaciones del trazado automático de líneas de nivel", Meteorologica Vol. XII N°1.
- Estoque M.A. (1961): "A theoretical investigation of the sea breeze", Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 87.
- Estoque M.A. (1962): "The sea breeze as a function of the prevailing synoptic situations", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 19.
- Estoque M.A. and Bhumralkar C.M. (1970): "A method for solving the planetary boundary layer equations", Boundary Layer

Meteorology, Vol. 1.

- Ferreri J.C. and Ventura M. (1984): "On the accuracy of boundary fitted finite-difference calculations", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 4.
- Fiora J.A. y Ferreri J.C. (1978): "Cálculo de la conducción de calor no lineal, estacionaria, en dominios de forma arbitraria mediante transformaciones discretas de coordenadas", Revista Latinoamericana de Transferencia de Calor y Materia, Vol. 2
- Gal-Chen T. and Sommerville C.J. (1975a): "Numerical solution of the Navier-Stokes equations with topography", Journal of Computational Physics, Vol 17.
- Gal-Chen T. and Sommerville C.J. (1975b): "On the use of a coordinate transformation for the solution of the Navier-Stokes equation", Journal of Computational Physics, Vol 17.
- Fisher E.L. (1961): "A theoretical study of the sea breeze", Journal of Meteorology, Vol. 18.
- Haltiner G.J. y Williams R.T. (1980): "Numerical prediction and dynamic meteorology", 2nd Edition, Wiley, NY.
- Haugen D. (1973)(Ed.): "Workshop on Micrometeorology", American Meteorology Society, Boston, Massachusetts.
- Haurwitz B. (1947): "Comments on the sea breeze circulation", Journal of Meteorology, Vol. 4.
- Hsu M.A. (1967): "Mesoscale surface temperature characteristics of the Texas coast sea breeze", Rept no 6, Atmospheric Science Group, University of Texas, Austin
- Hsu S.A. (1969): "Mesoscale structure of the Texas coast sea breeze", Rept no 16, Atmospheric Science Group, University of Texas, Austin.
- Huss A. and Feliks Y. (1981): "A mesometeorological numerical model of the sea and land breezes involving sea-atmospheric interactions", Contributions to Atmospheric Physics, Vol. 54.
- Jeffreys H. (1922): "On the dynamics of wind", Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol 48.
- Kobayasi T. and Sasaki M.T. (1932): "Über Land und Seewinde", Beitr. Phys. frei Atmosphäre, Vol. 19
- Kondo H. and Gambo K. (1979): "The effect of the mixing layer on the breeze circulation and the diffusion of pollutants associated with

- land-sea breezes", Journal of the Meteorological Society of Japan, Vol. 57.
- Kozo T.L. (1982): "A mathematical model of sea breezes along the Alaskan Beaufort coast: Part II", Journal of Applied Meteorology, Vol. 21.
- Lalas D.P. et al. (1983): "Sea-breeze circulation and photochemical pollution in Athens, Greece", Atmospheric Environment, Vol. 17.
- Mahrer Y. and Pielke R.A. (1976): "Numerical simulation of the air flow over Barbados", Monthly Weather Review, Vol 104.
- McPherson R.D. (1970): "A numerical study of the effect of a coastal irregularity on the sea breezes", Journal of Applied Meteorology, Vol. 9
- Martinez B. and Ferreri J.C. (1982): "SOLA-BFC: a computer code for unsteady incompressible fluid flow calculations with boundary fitted coordinates", III Congreso Latinoamericano sobre metodos computacionales en Ingenieria, Buenos Aires.
- Molenkamp Ch. R. (1968): "Accuracy of finite-differences methods applied to the advection equation", Journal of Applied Meteorology, Vol 17.
- Moroz W.J. (1967): "Lake breeze on the eastern shore of Lake Michigan: Observations and model", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 24.
- Neumann J. (1973): "The sea and land breezes in the classical Greek literature", Bulletin of the American Meteorological Society, Vol. 54,
- Neumann J. and Mahrer Y. (1971): "A theoretical study of the land and sea breeze circulation", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 28.
- Neumann J. and Mahrer Y. (1974): "A theoretical study of the sea and land breezes of circular island", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 31.
- Neumann J. and Mahrer Y. (1975): "A theoretical study of the lake and land breeze of circular lakes", Monthly Weather Review, Vol 103.
- Ozoe H. et al. (1983): "Characteristics of air pollution in the presence of land and sea breeze - A numerical simulation", Atmospheric Environment, Vol. 17.
- O'Brien J.J. (1970): "A note on the vertical structure of the eddy

- exchange coefficient in the PBL", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 27.
- Paegle J. (1978): "A linearized analysis of diurnal boundary layer convergence over the topography of the United States", Monthly Weather Review, Vol 106.
- Paegle J. and McLawhorn D.W. (1983): "Numerical modeling of diurnal convergence oscillations above sloping terrain", Monthly Weather Review, Vol 111.
- Patrinos A.A.N. and Kistler A.L. (1977): "A numerical study of the Chicago lake Breeze", Boundary Layer Meteorology, Vol. 12.
- Paulson C.A. (1970): "The mathematical representation of wind speed on temperature profiles in the atmospheric surface layer", Journal of Applied Meteorology, Vol. 9.
- Pearce R.P. (1955): "The calculation of the sea breeze circulation in terms of the differential heating across the coast line", Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 81.
- Pielke R.A. (1974a): "A three dimensional numerical model of the sea-breezes over south Florida", Monthly Weather Review, Vol. 102.
- Pielke R.A. (1974b): "A comparison of three dimensional and two dimensional numerical predictions of sea breezes", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 31.
- Pielke R.A. (1984): "Mesoscale Meteorological Modelling", Academic Press.
- Pierson W.J.Jr. (1950): "The effects of eddy viscosity, Coriolis deflection and temperature fluctuation on the sea breeze as a function of time and height", Meteorological Papers, New York University, Vol. 1 nro. 2.
- Rey Pastor J., Pi Calleja P. y Trejo C.A. (1957): "Análisis Matemático", Vol. 2, Editorial Kapeluz.
- Richtmyer R.D. and Morton K.W. (1967): "Difference methods for initial value problems", 2nd Edition, Interscience Pub, New York.
- Rivero M. y Barros V. (1975): "Aspectos estadísticos de la brisa de mar en Puerto Madryn durante el verano 1974-1975", CNP 1-5-4, Centro Nacional Patagónico, Puerto Madryn, Chubut.
- Ross B.B. and Orlanski I. (1982): "The evolution of an observed cold front. Part 1: Numerical simulation", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 39.

- Rotunno R. (1983): "On the linear theory of the land and sea breeze", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 40.
- Sato J. (1981): "Some aspects of diurnal variation and profile of vertical turbulent diffusivity in the atmospheric boundary layer", Pap. Meteorol. Geophys., Vol. 32.
- Sheih C.M. and Moroz W.J. (1975): "Mathematical modelling of lake breeze", Atmospheric Environment, Vol. 9.
- Sun W. and Orlanski I. (1981a): "Large mesoscale convection and sea breeze circulation. Part I: Linear Stability analysis", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol 38.
- Sun W. and Orlanski I. (1981b): "Large mesoscale convection and sea breeze circulation. Part II: Nonlinear numerical model", Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 38
- Thacker W.C. (1978): "Comparison of finite-element and finite-difference schemes. Part II: Two dimensional gravity wave motion", Journal of Physical Oceanography, Vol. 8.
- Tapp M.C. and White W. (1976): "A non-hydrostatic mesoscale model", Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 102.
- Taylor P.A., Delage Y. (1971): "A note on finite difference schemes for the surface and planetary boundary layers", Boundary Layer Meteorology, Vol. 2.
- Wallington C.E. (1961): "Meteorology for glider pilots", London, John Murray.
- Zubillaga J.V. y Piccolo M.C. (1978): "Climatología de las brisas de mar y tierra en la zona del Cabo San Antonio y alrededores", Meteorológica, Vol 7-8.

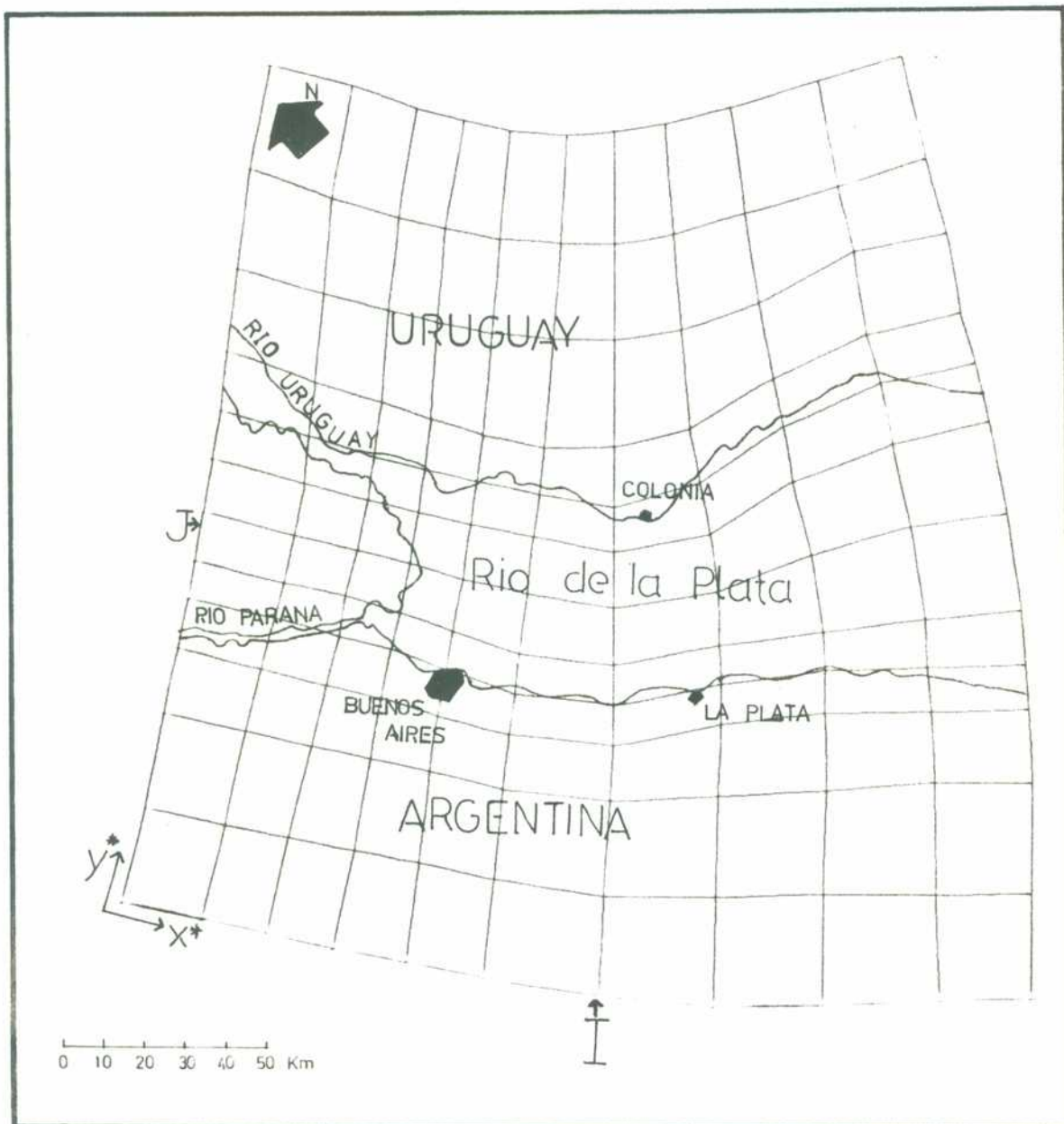


FIG.1 Dominio de resolución del modelo

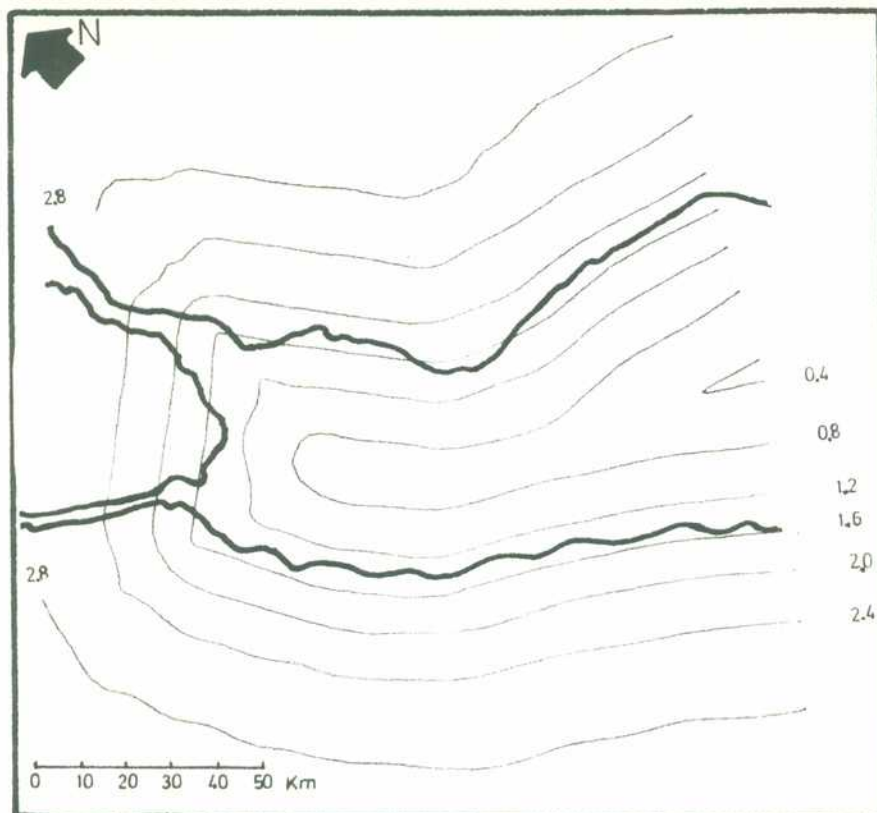


FIG.2 Campo de perturbación θ' a las 2 horas de integración (10 hora local) a 0.01 metros de altura en grados centígrados, máximo 2.97°C, mínimo 0.28°C

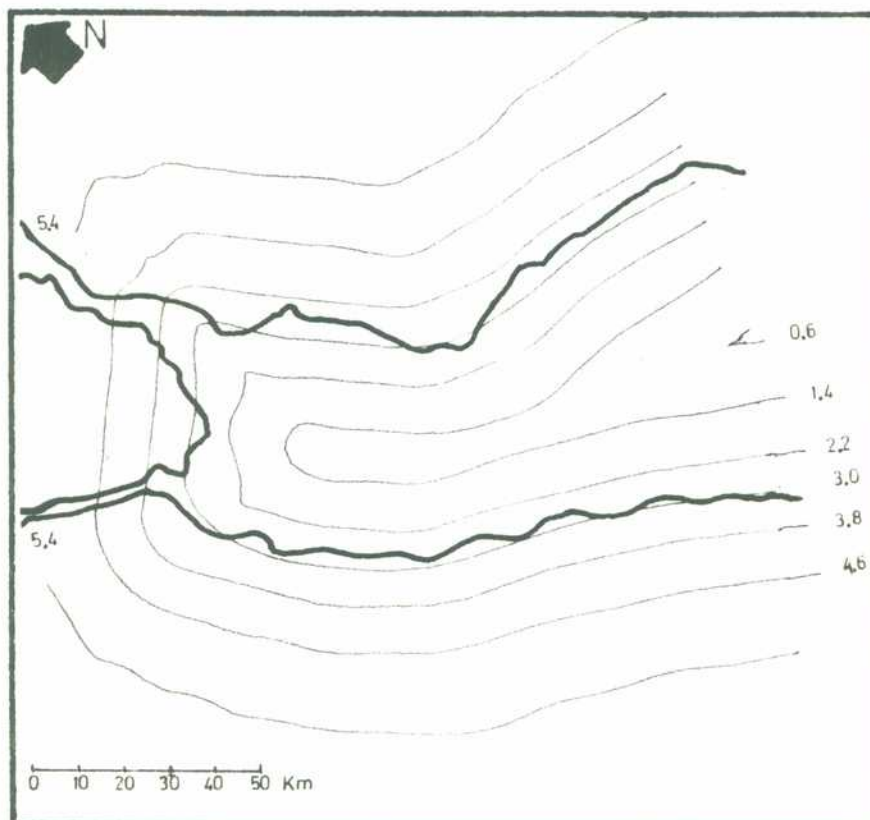


FIG.3 Campo de perturbación θ' a las 6 horas de integración (14 hora local) a 0.01 metros de altura en grados centígrados, máximo 5.95°C, mínimo 0.56°C

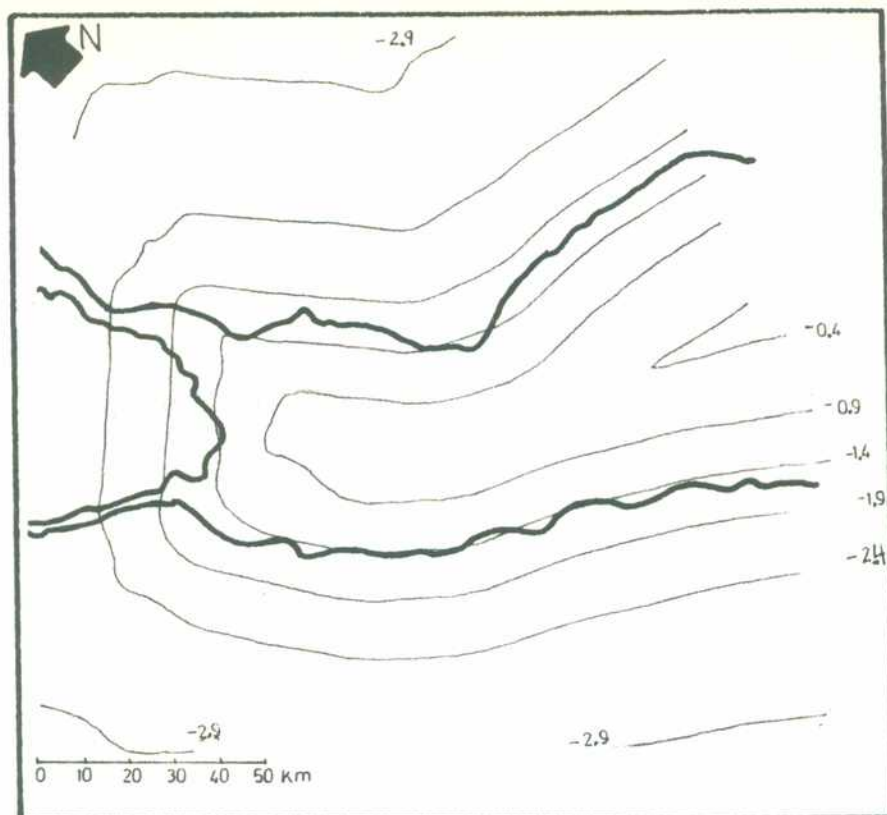


FIG.4 Campo de perturbación θ' a las 14 horas de integración (22 hora local) a 0.01 metros de altura en grados centígrados, máximo -0.28°C , mínimo -2.97°C

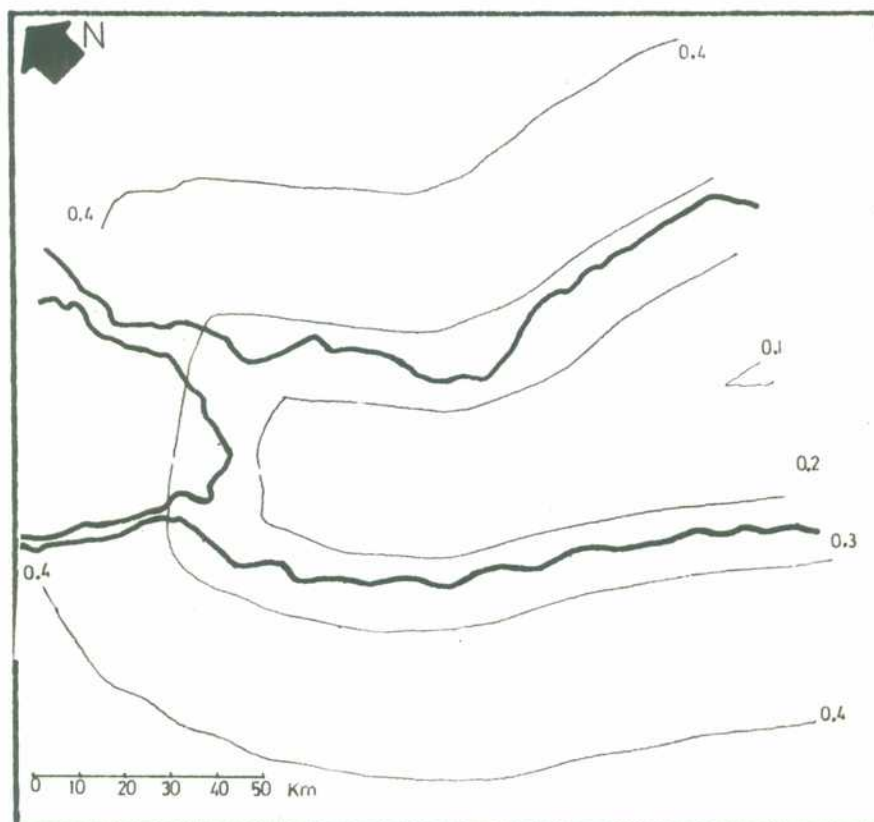


FIG.5 Campo de perturbación θ' a las 2 horas de integración (10 hora local) a 10 metros de altura, en grados centígrados, máximo 0.41°C , mínimo 0.07°C

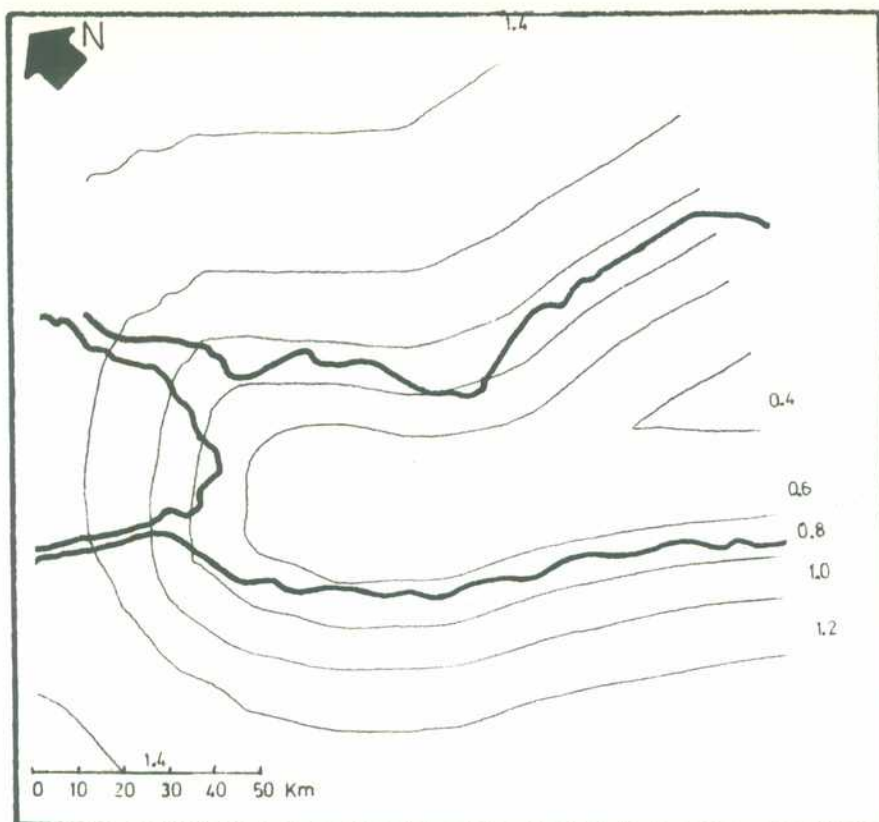


FIG. 6 Campo de perturbación θ' a las 6 horas de integración (14 hora local) a 10 metros de altura, en grados centígrados, máximo 1.46°C , mínimo 0.34°C

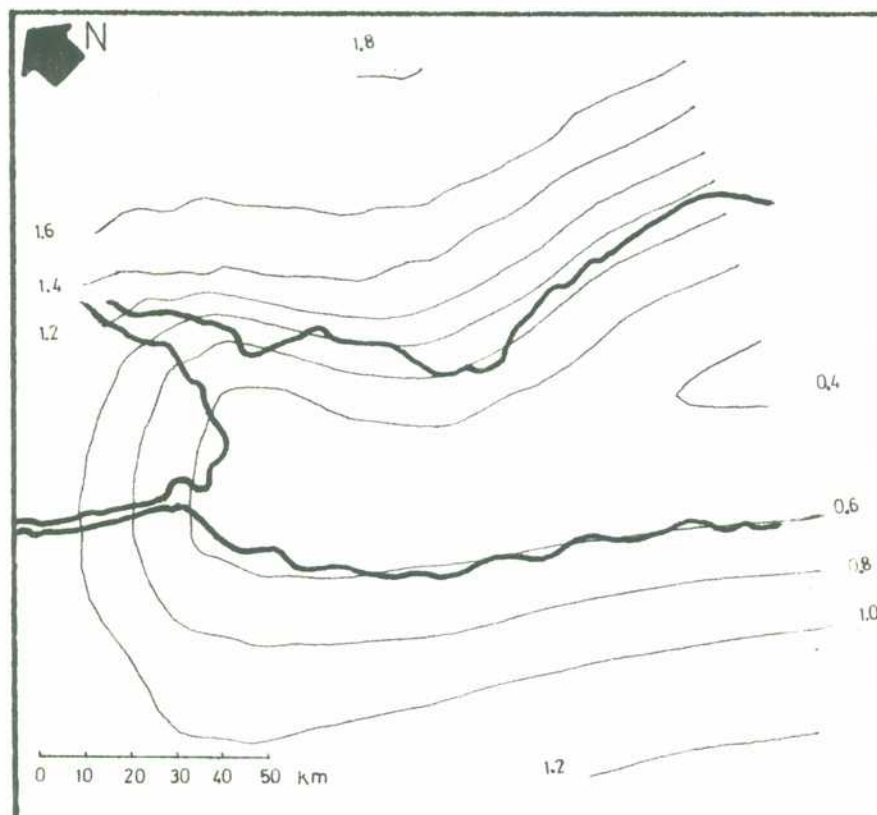


FIG. 7 Campo de perturbación θ' a las 10 horas de integración (18 hora local) a 10 metros de altura, en grados centígrados, máximo 1.80°C , mínimo 0.35°C

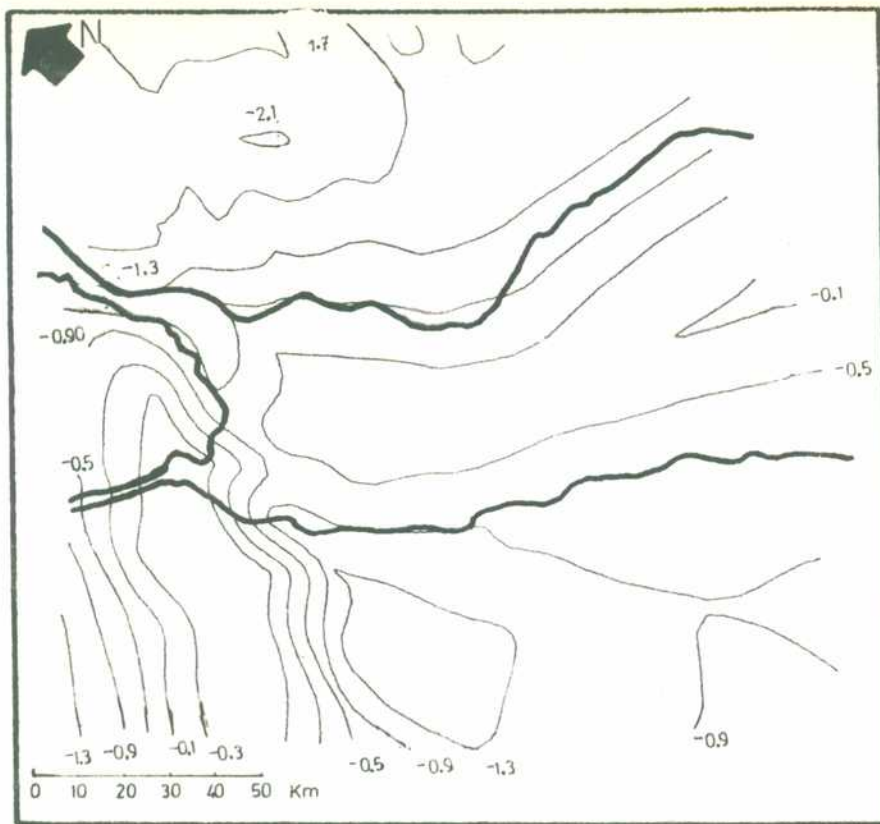


FIG. 8 Campo de perturbación θ' a las 14 horas de integración (22 hora local) a 10 metros de altura, en grados centígrados, máximo 0.47°C , mínimo -2.15°C

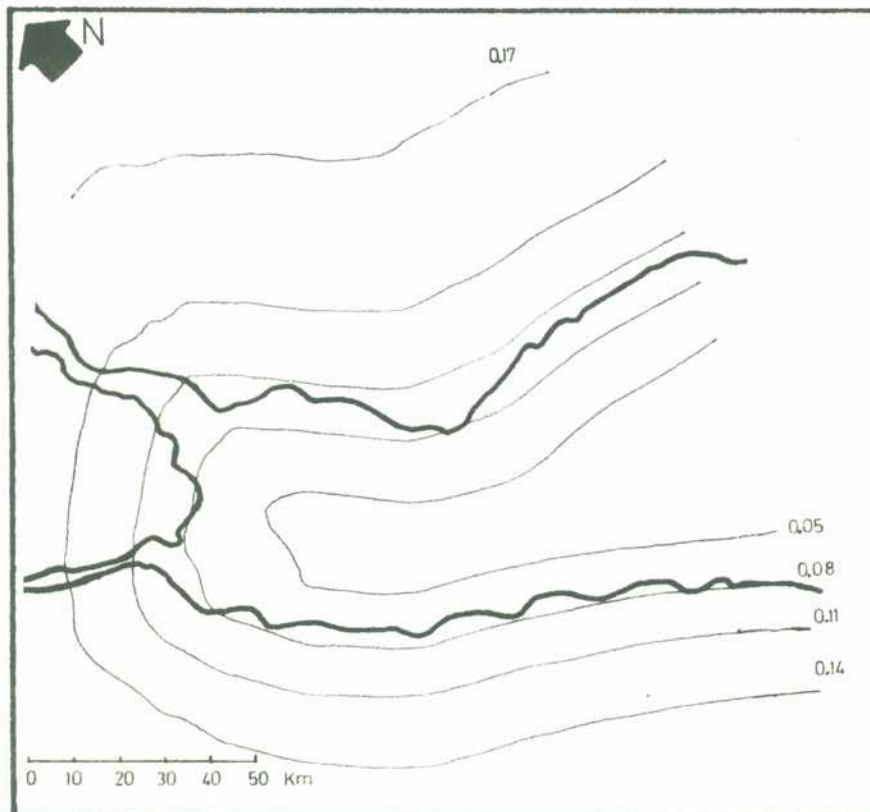


FIG. 9 Campo de perturbación θ' a las 2 horas de integración (10 hora local) a 350 metros de altura en grados centígrados, máximo 0.18°C , mínimo 0.03°C

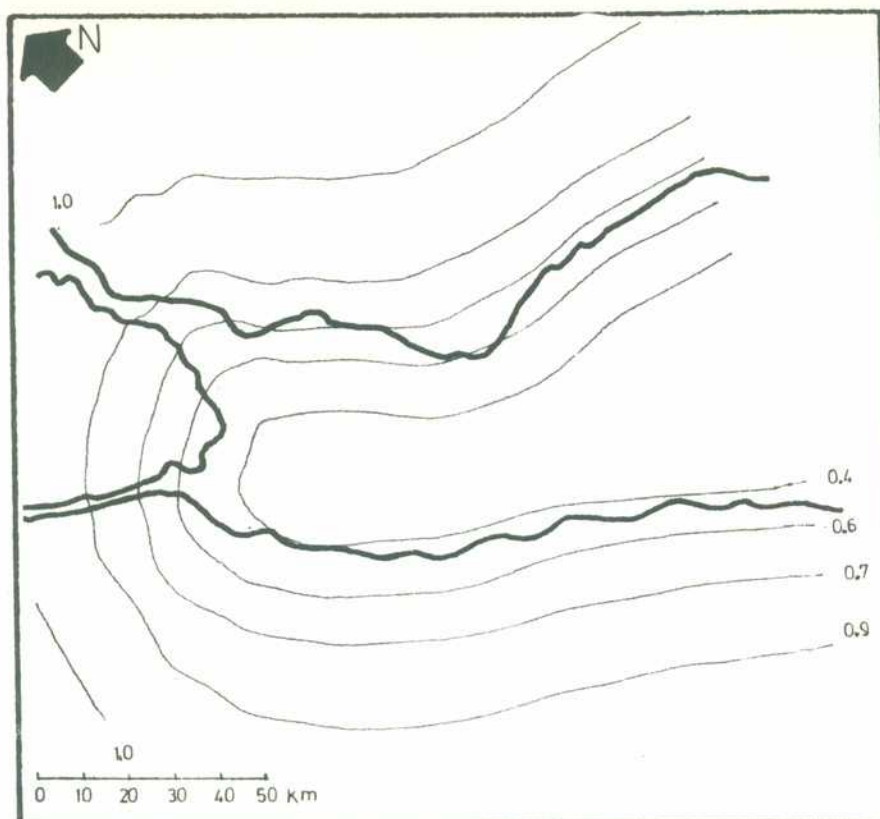


FIG.10 Campo de perturbación θ' a las 6 horas de integración (14 hora local) a 350 metros de altura en grados centígrados, máximo 1.11°C , mínimo 0.26°C

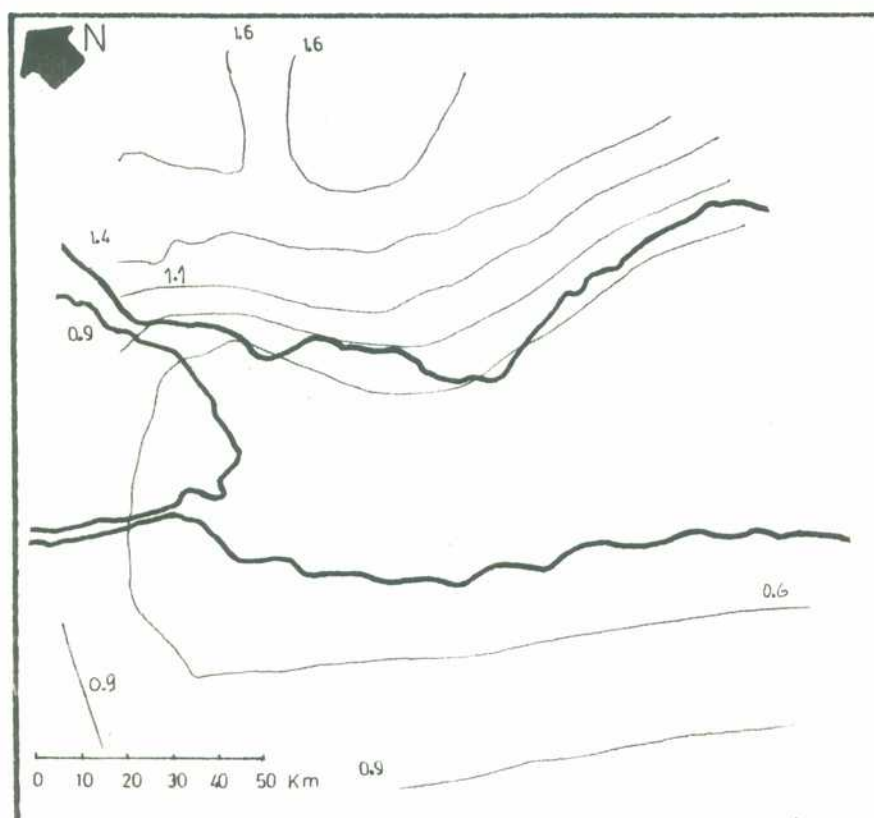


FIG.11 Campo de perturbación θ' a las 10 horas de integración (18 hora local) a 350 metros de altura en grados centígrados, máximo 1.67°C , mínimo 0.35°C

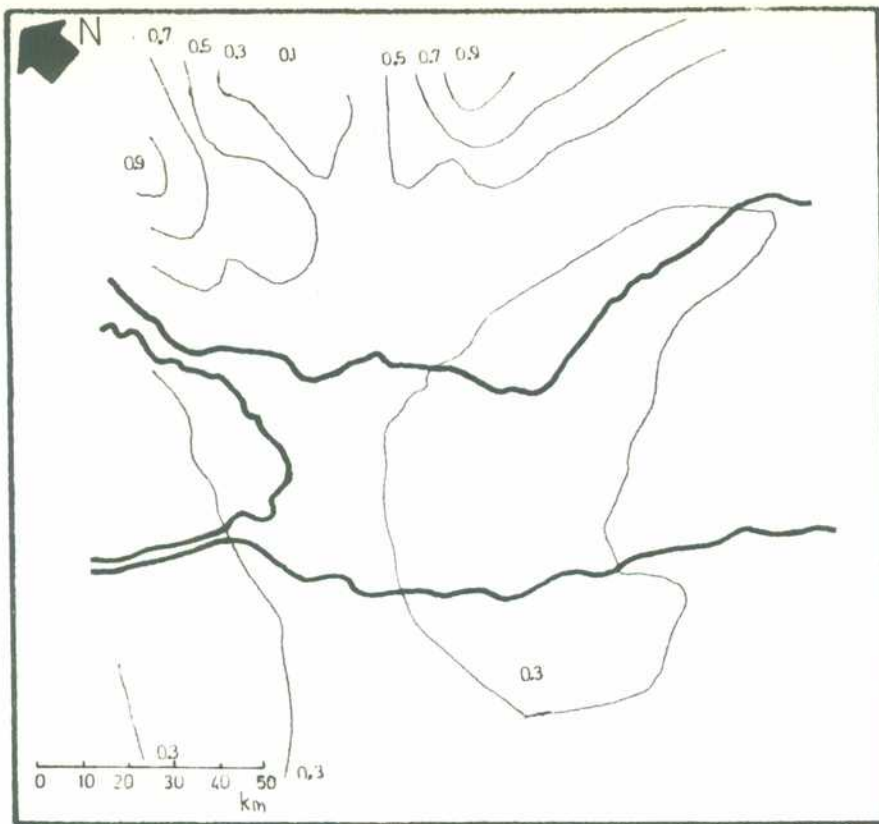


FIG.12 Campo de perturbación Θ' a las 14 horas de integración (22 hora local) a 350 metros de altura en grados centígrados, máximo 1.03°C, mínimo 0.09°C

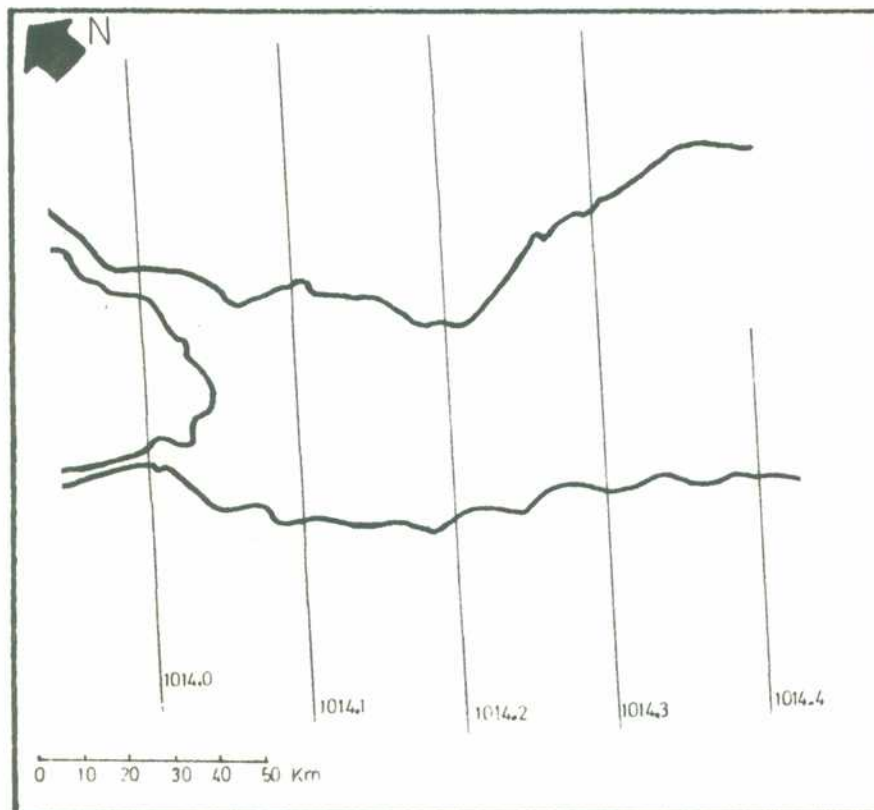


FIG.13 Campo inicial de p (8 hora local) en milibares a 10 metros de altura.

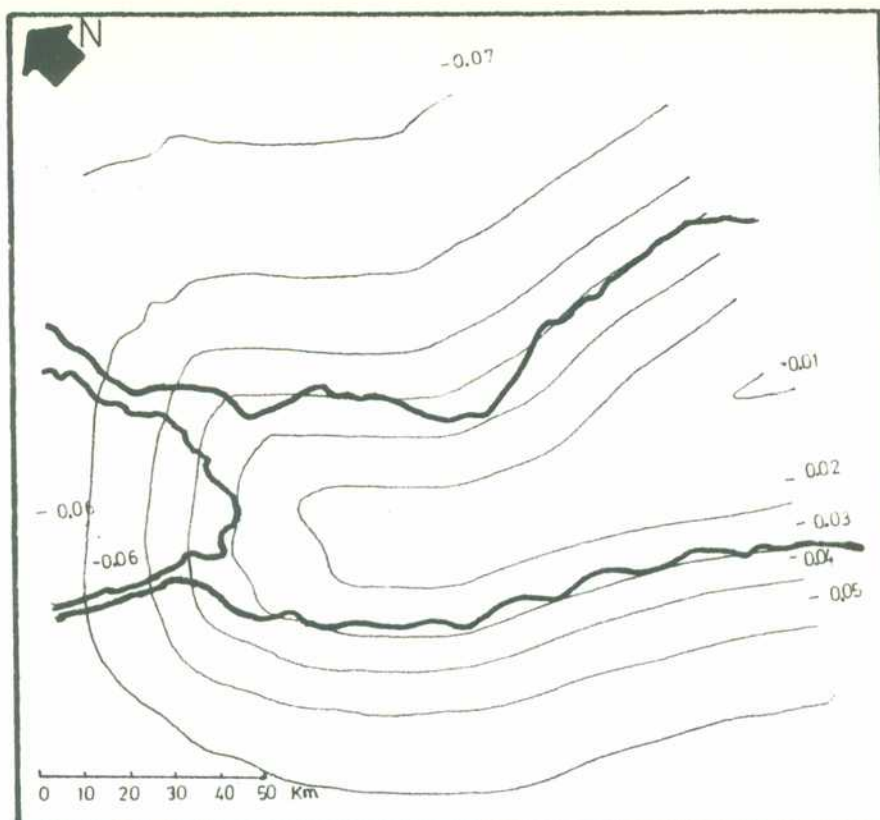


FIG.14 Campo de perturbación p' a las 2 horas de integración (10 hora local) a 10 metros de altura, en milibares, máximo -0.01 milibares, mínimo -0.07 milibares

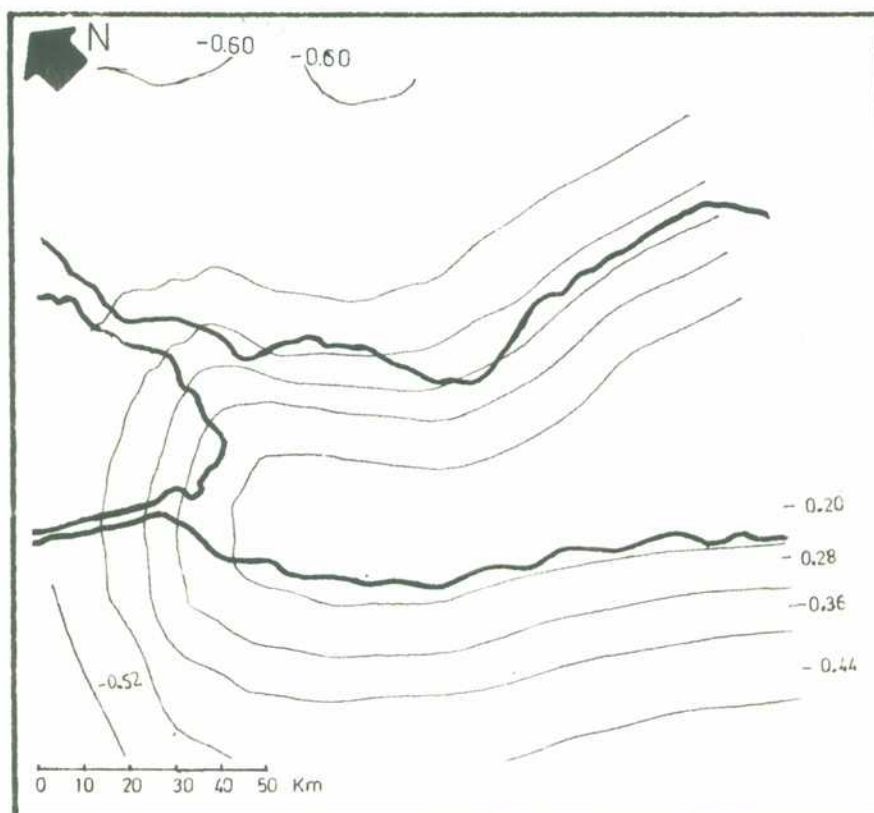


FIG.15 Campo de perturbación p' a las 6 horas de integración (14 hora local) a 10 metros de altura, en milibares, máximo -0.12 milibares, mínimo -0.60 milibares

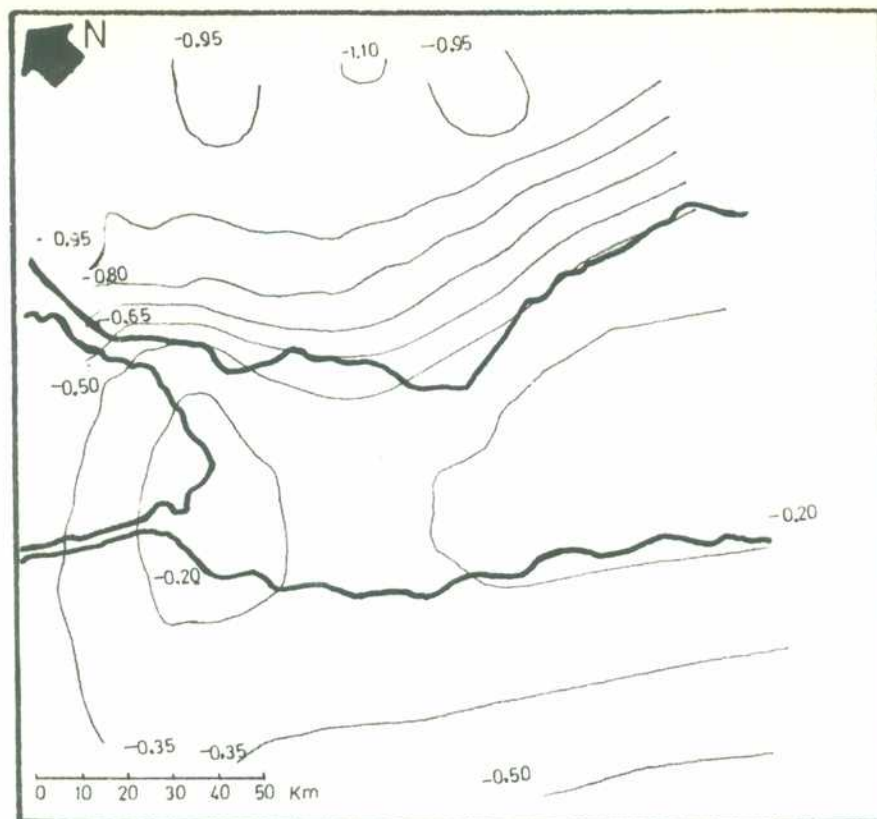


FIG.16 Campo de perturbación p' a las 10 horas de integración (18 hora local) a 10 metros de altura, en milibares, máximo -0.15 milibares, mínimo -1.10 milibares

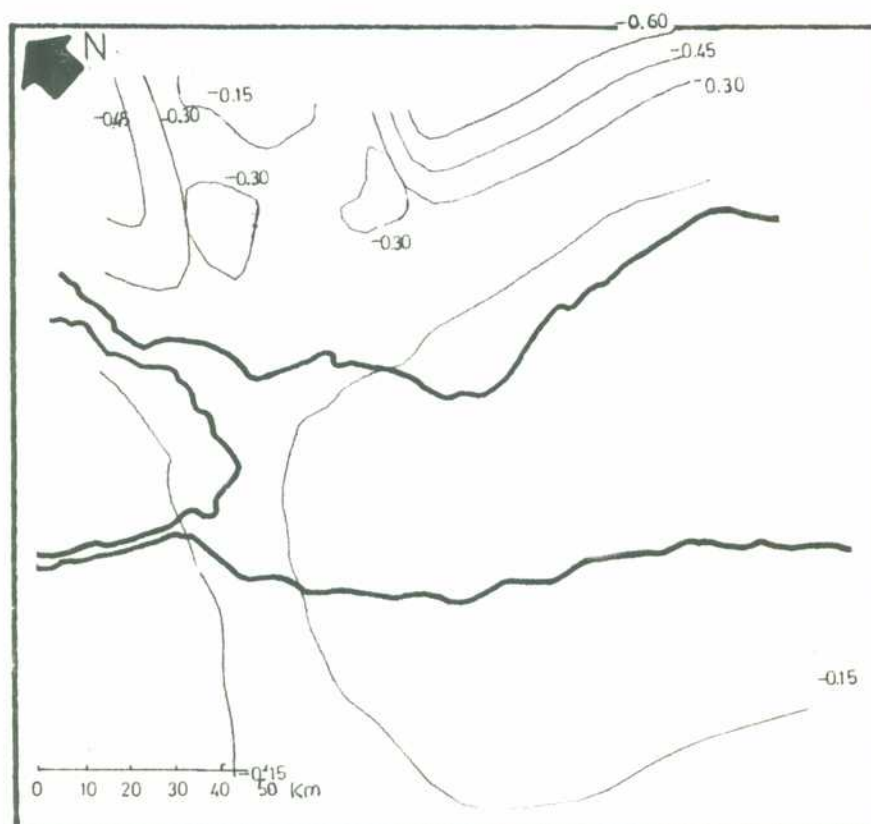


FIG.17 Campo de perturbación p' a las 14 horas de integración (22 hora local) a 10 metros de altura, en milibares, máximo -0.05 milibares, mínimo -0.77 milibares

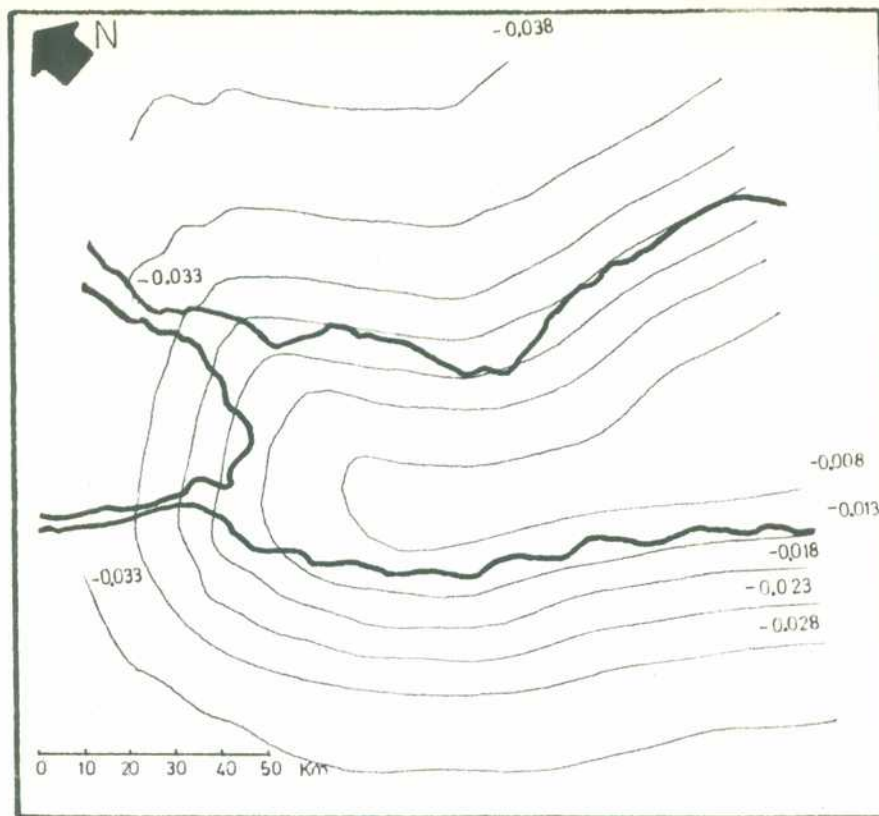


FIG.18 Campo de perturbación p' a las 2 horas de integración (10 hora local) a 350 metros de altura en milibares, máximo -0.01 milibares, mínimo -0.04 milibares

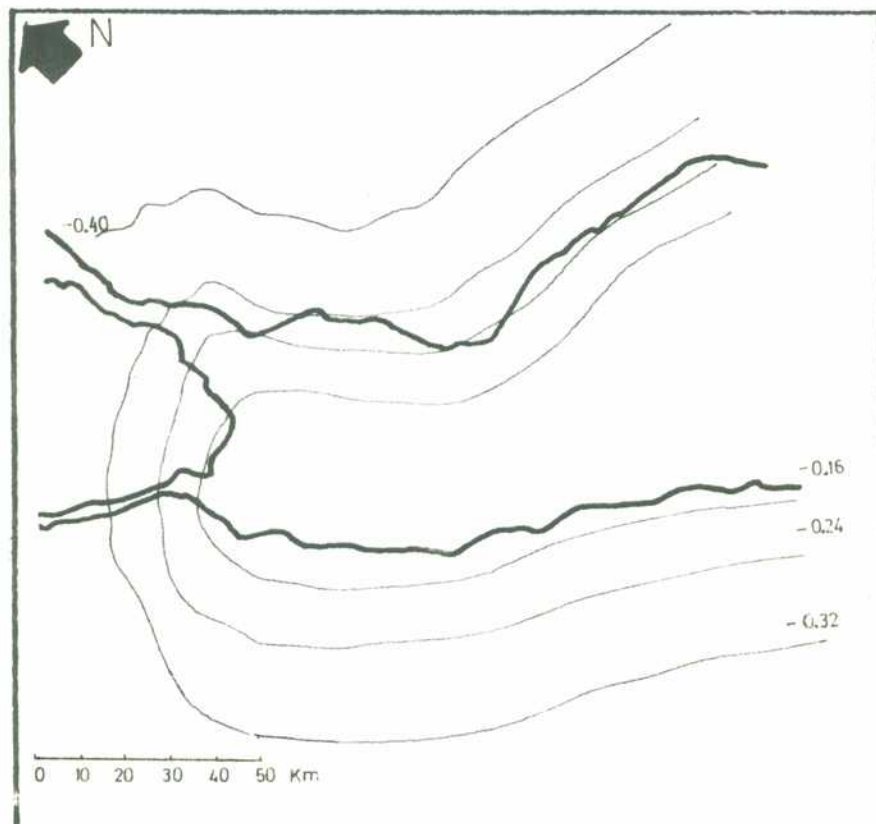


FIG.19 Campo de perturbación p' a las 6 horas de integración (14 hora local) a 350 metros de altura en milibares, máximo -0.08 milibares, mínimo -0.45 milibares

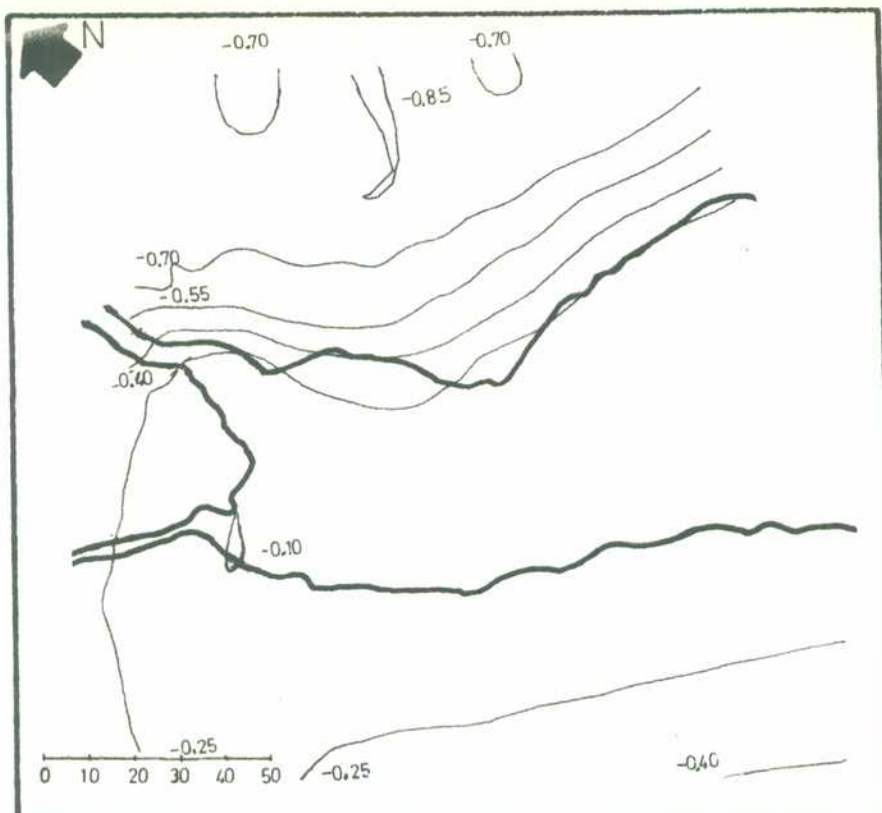


FIG.20 Campo de perturbación p' a las 10 horas de integración (18 hora local) a 350 metros de altura en milibares, máximo -0.10 milibares, mínimo -0.87 milibares

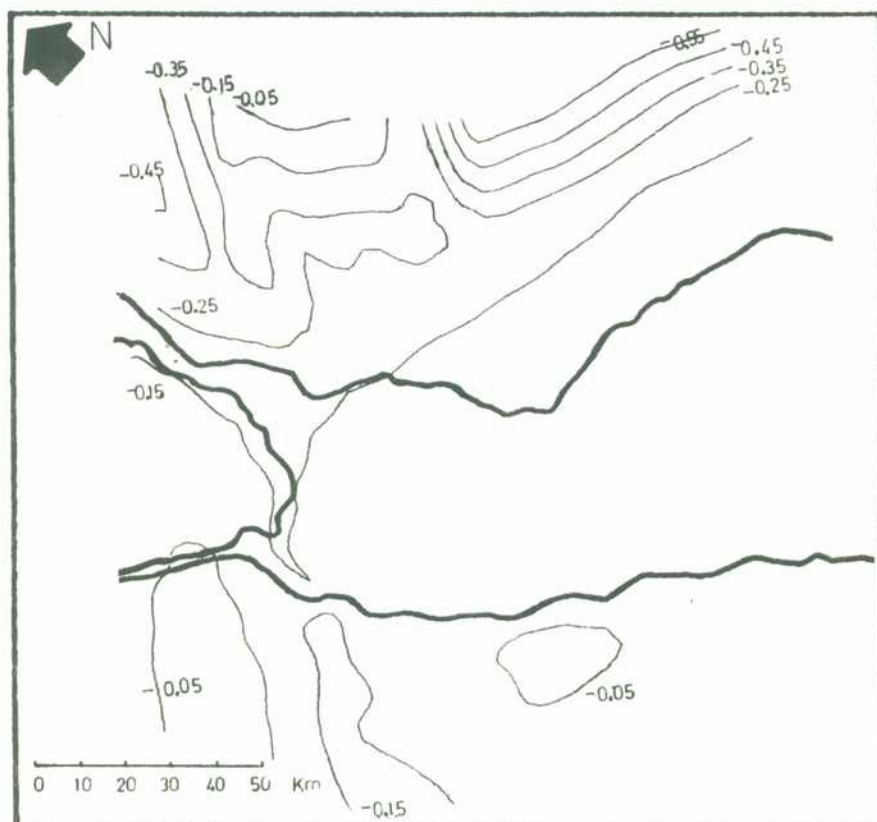


FIG.21 Campo de perturbación p' a las 14 horas de integración (22 hora local) a 350 metros de altura en milibares, máximo -0.01 milibares, mínimo -0.67 milibares

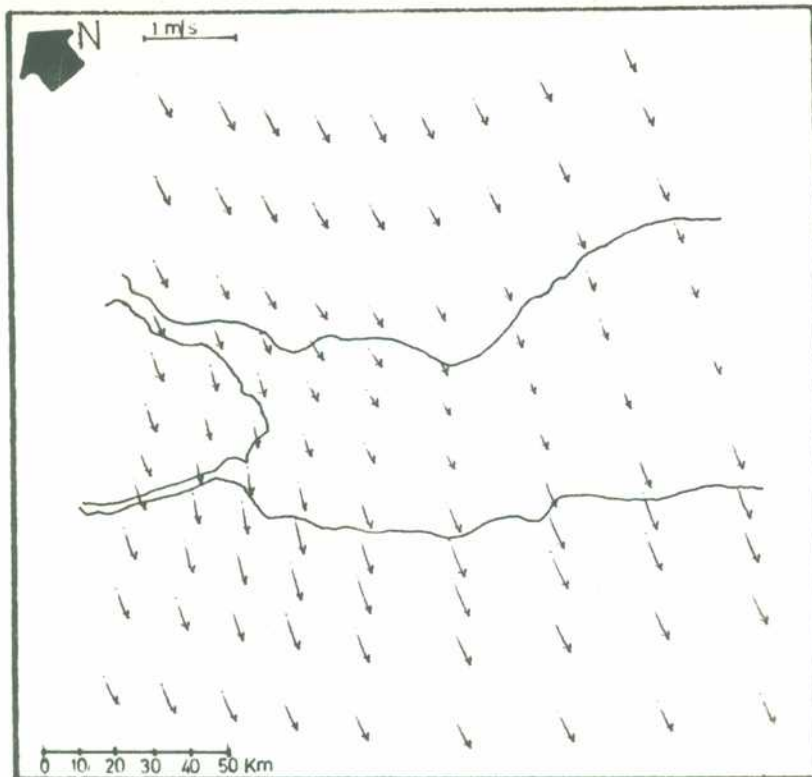


FIG.22 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 2 horas de integración (10 hora local) a 10 metros de altura.

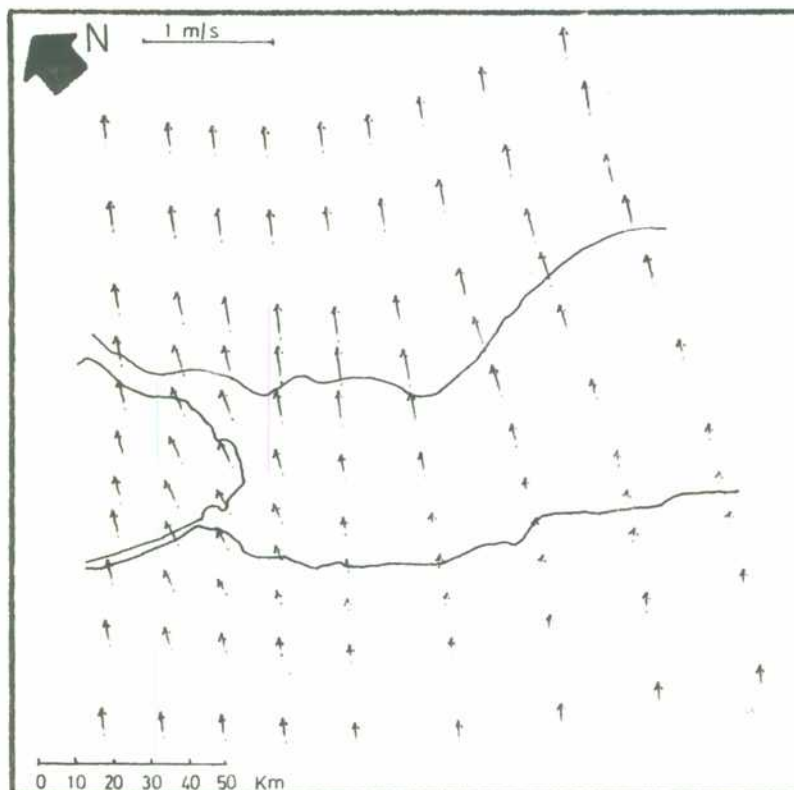


FIG.23 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 2 horas de integración (10 hora local) a 350 metros de altura.

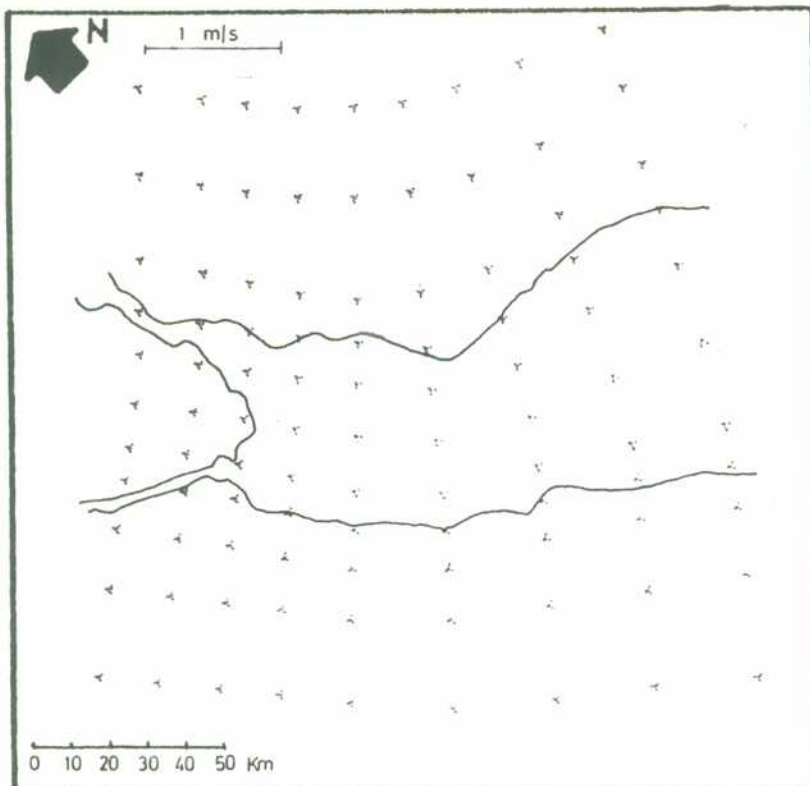


FIG.24 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 2 horas de integración (10 hora local) a 1100 metros de altura.

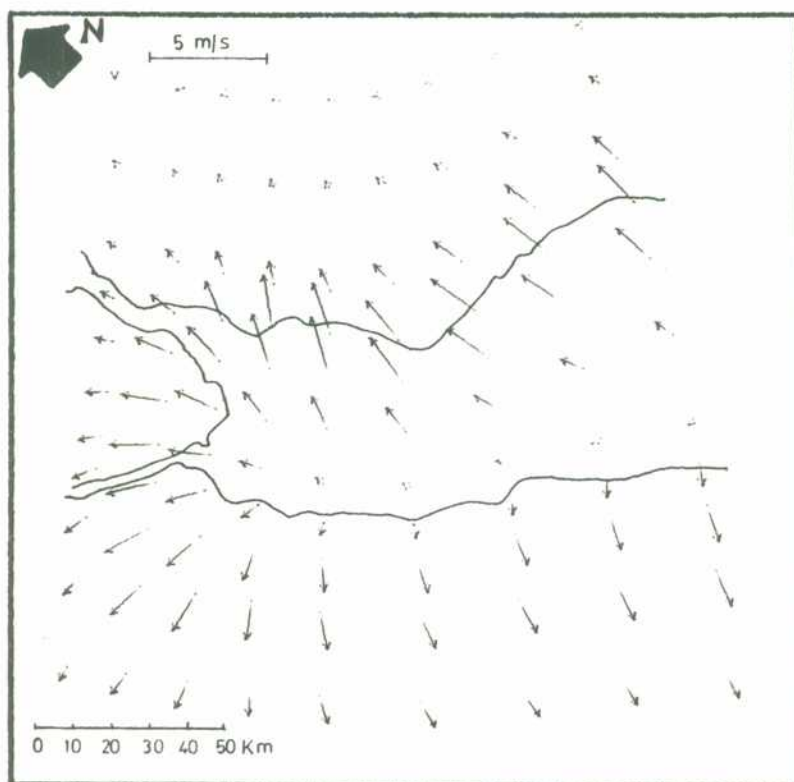


FIG.25 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 6 horas de integración (14 hora local) a 10 metros de altura.

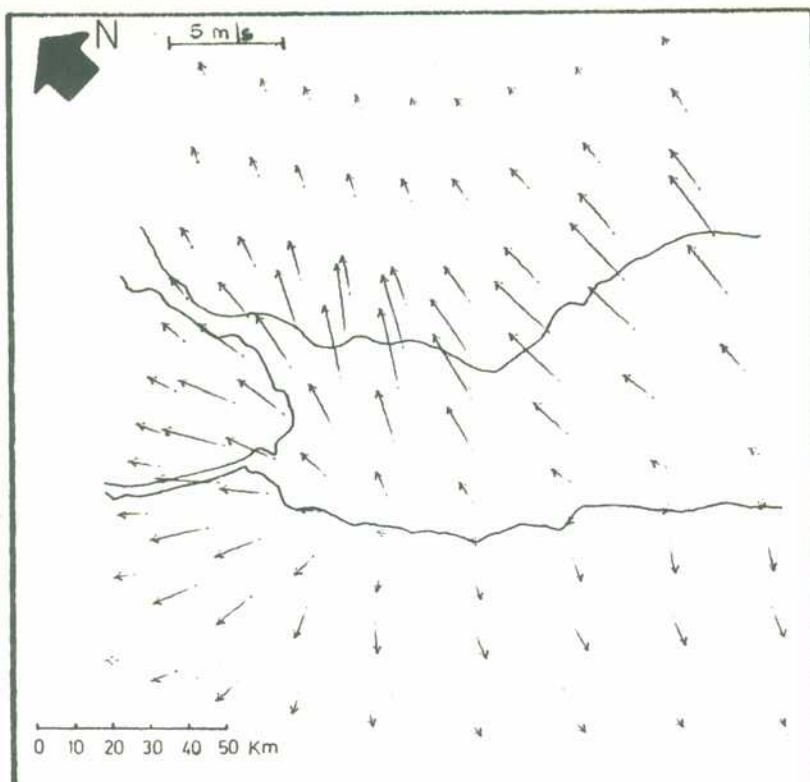


FIG.26 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 6 horas de integración (14 hora local) a 350 metros de altura.

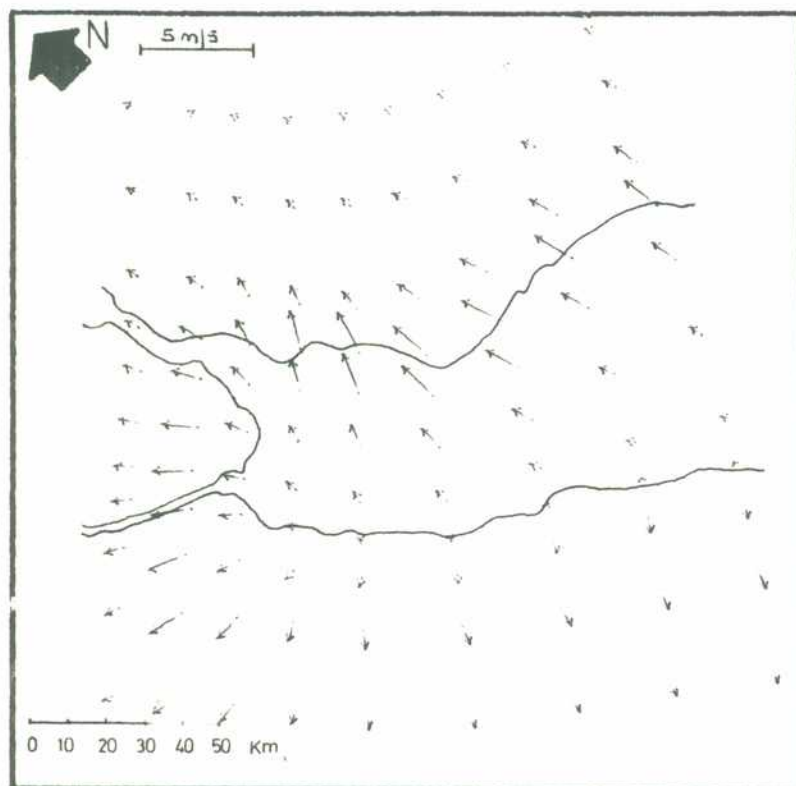


FIG.27 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 6 horas de integración (14 hora local) a 1100 metros de altura.

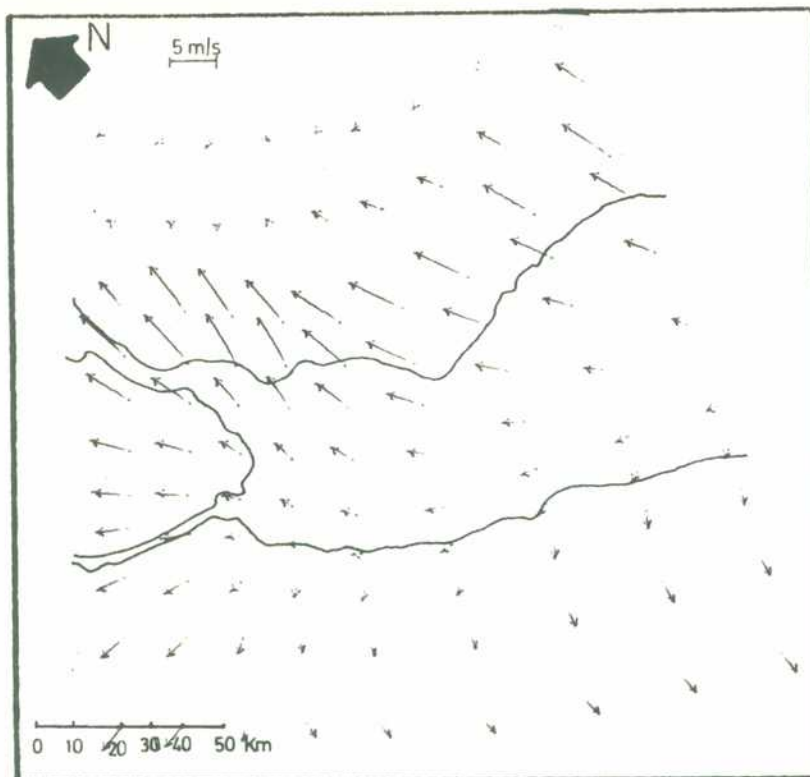


FIG.28 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 10 horas de integración (18 hora local) a 10 metros de altura.

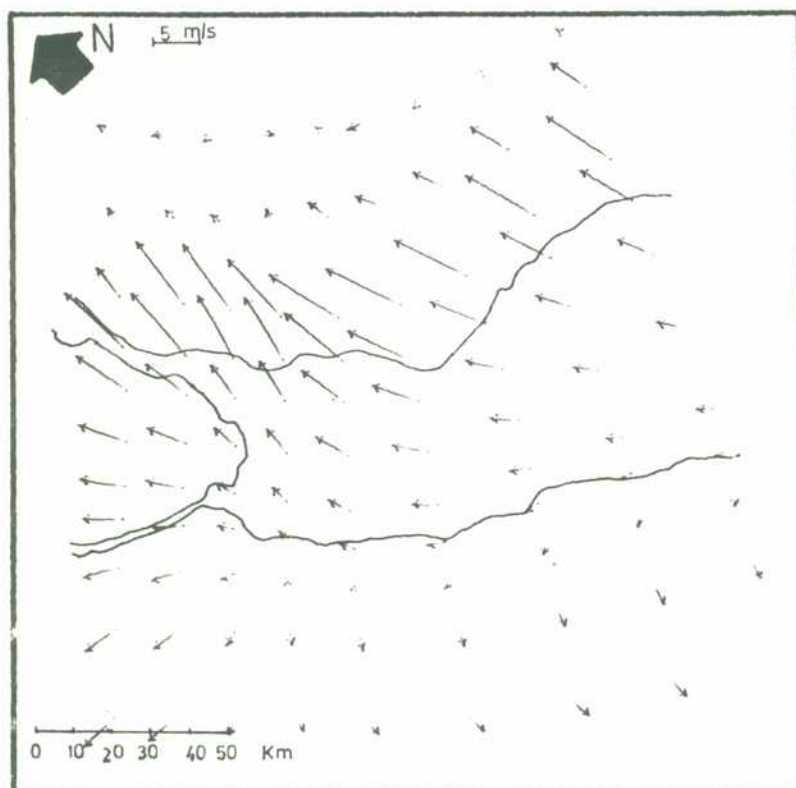


FIG.29 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 10 horas de integración (18 hora local) a 350 metros de altura.

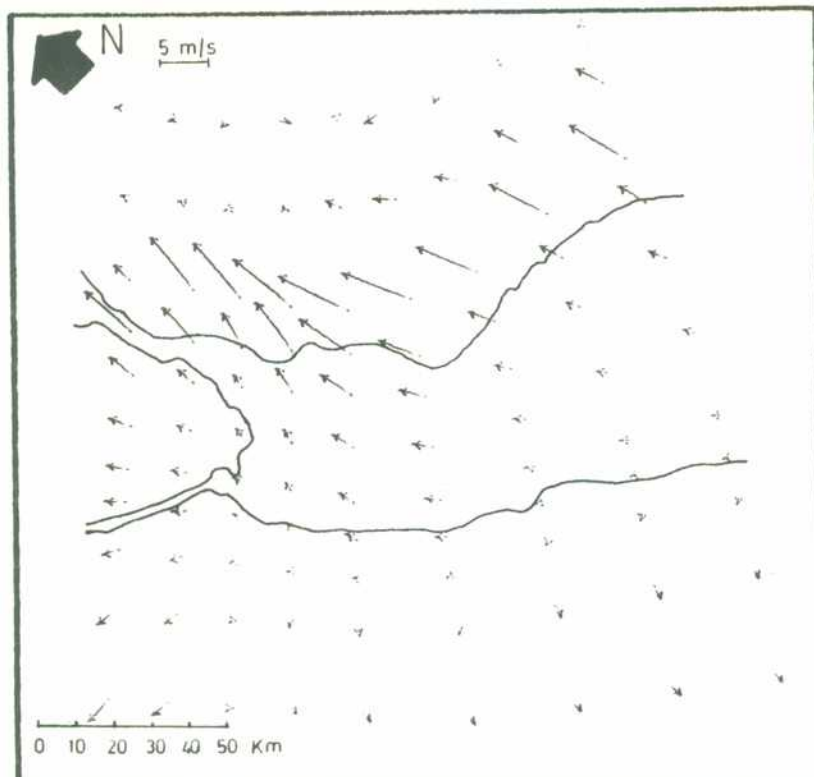


FIG.30 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 10 horas de integración (18 hora local) a 1100 metros de altura.

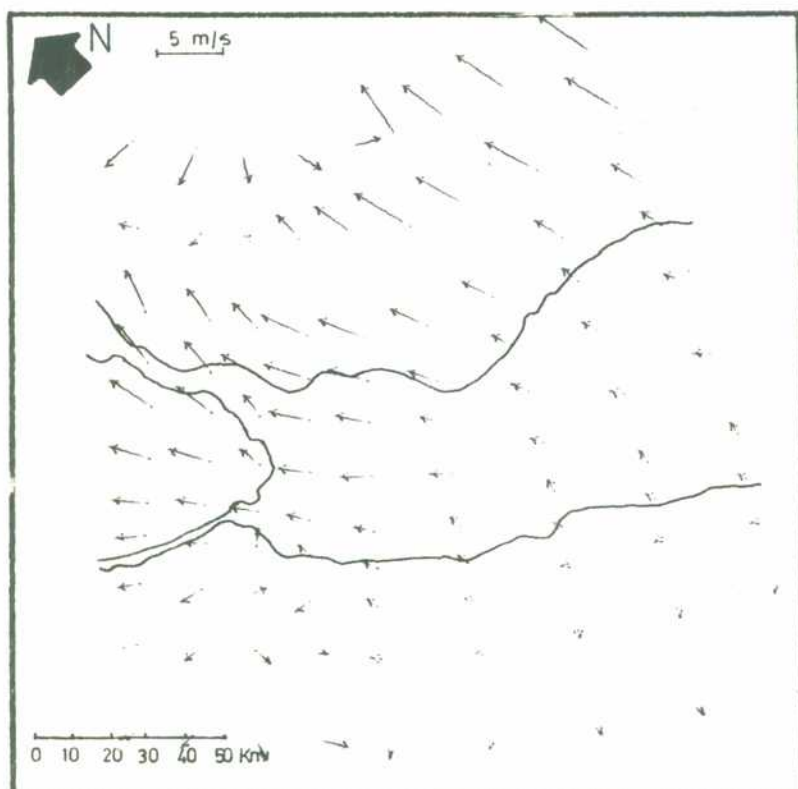


FIG.31 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 14 horas de integración (22 hora local) a 10 metros de altura.

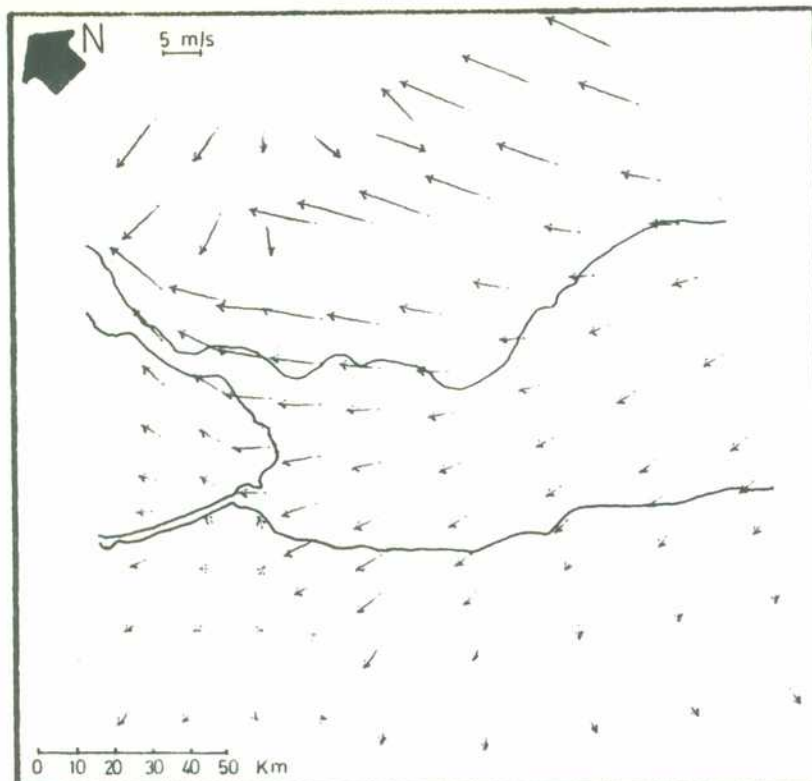


FIG.32 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 14 horas de integración (22 hora local) a 350 metros de altura.

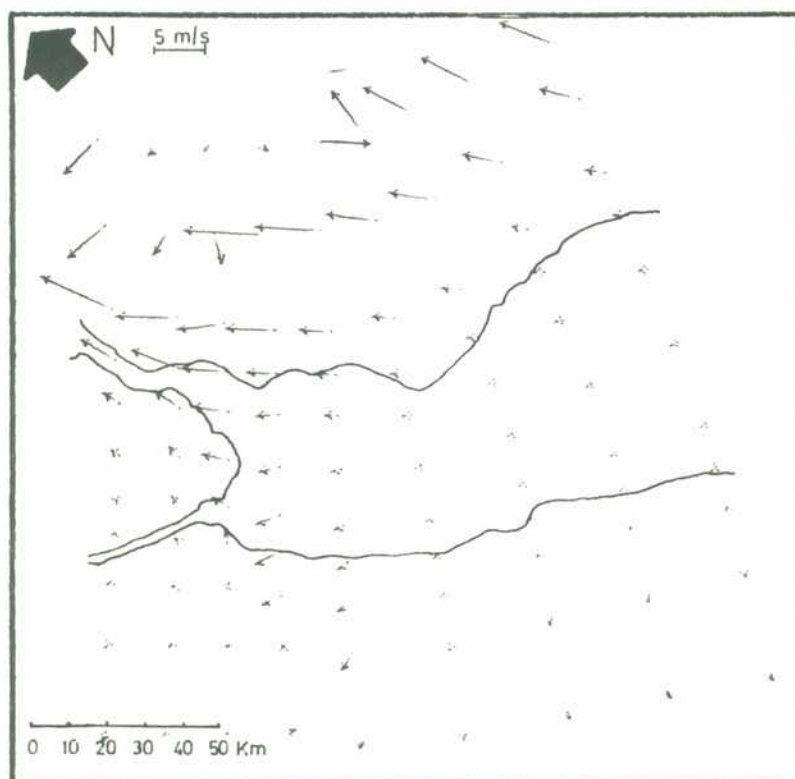


FIG.33 Apartamiento del campo de viento respecto del campo de viento inicial a las 14 horas de integración (22 hora local) a 1100 metros de altura.

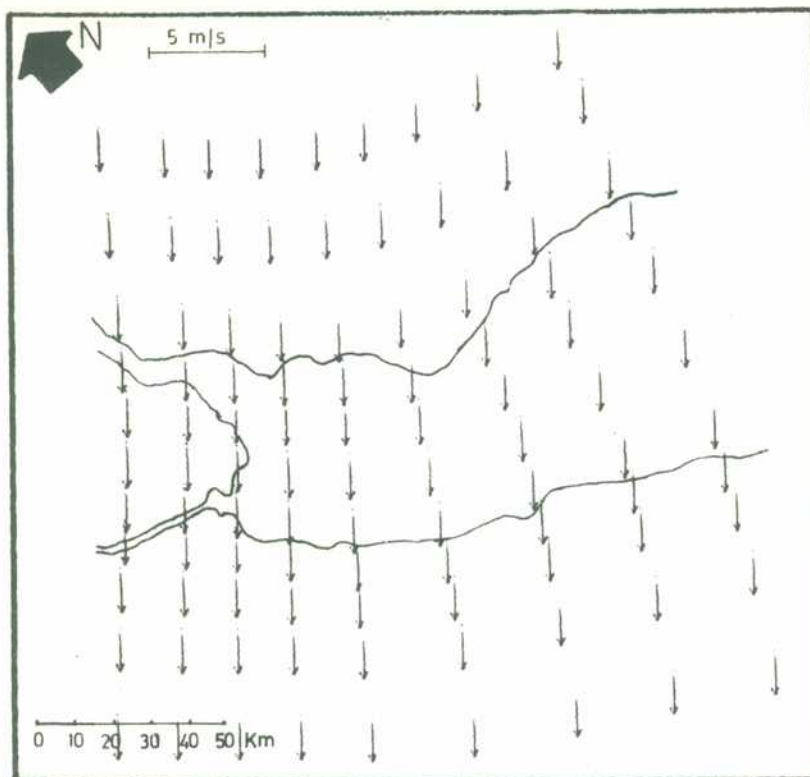


FIG.34 Campo inicial de V (8 hora local) a 10 metros de altura.

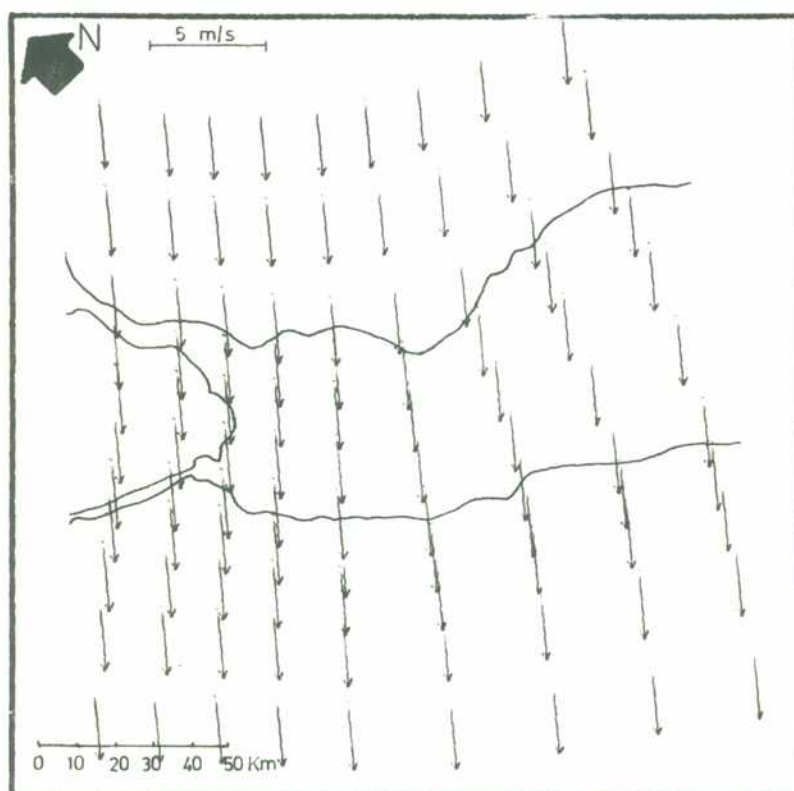


FIG.35 Campo inicial de V (8 hora local) a 350 metros de altura.

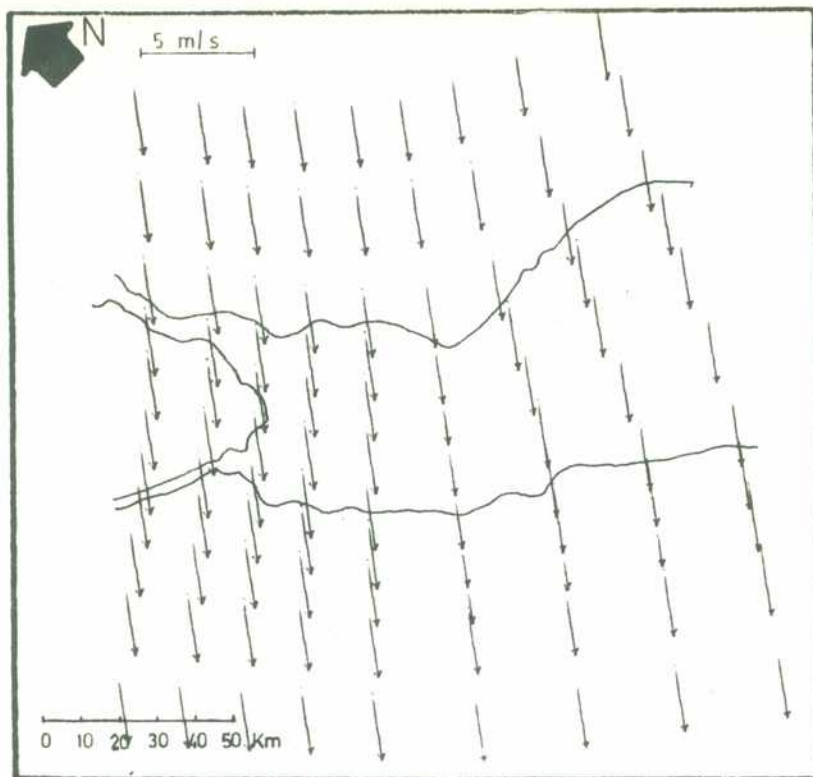


FIG.36 Campo inicial de \vec{V} (8 hora local) a 1100 metros de altura.

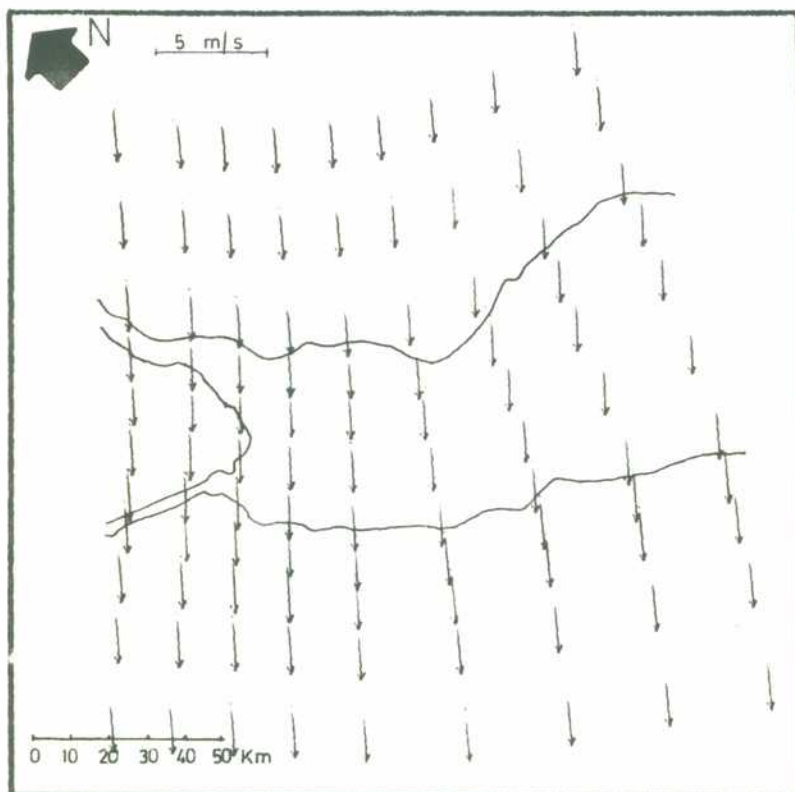


FIG.37 Campo total de viento a las 2 horas de integración (10 hora local) a 10 metros de altura.

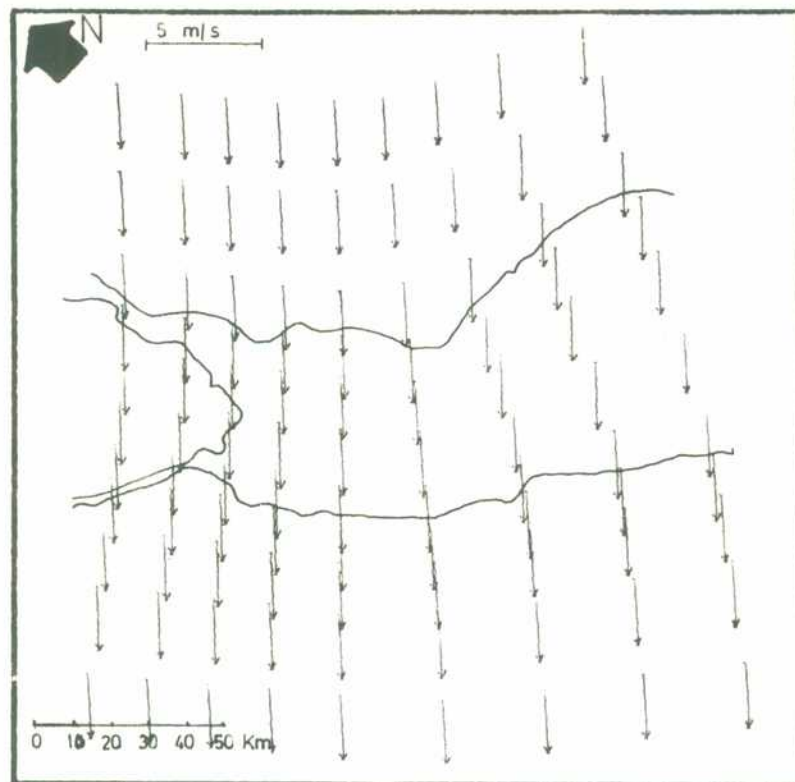


FIG. 38 Campo total de viento a las 2 horas de integración (10 hora local) a 350 metros de altura.

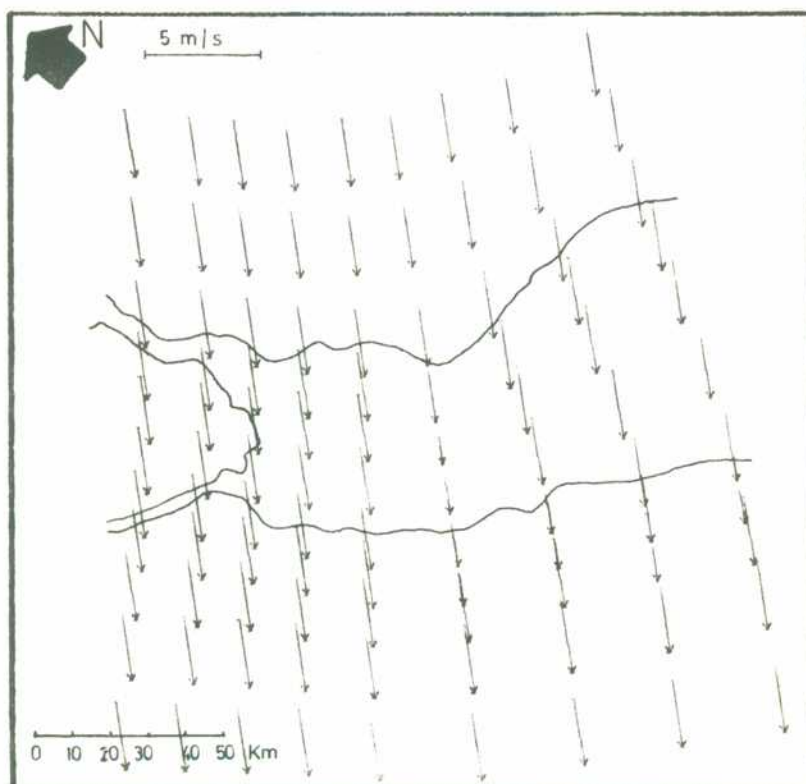


FIG. 39 Campo total de viento a las 2 horas de integración (10 hora local) a 1100 metros de altura.

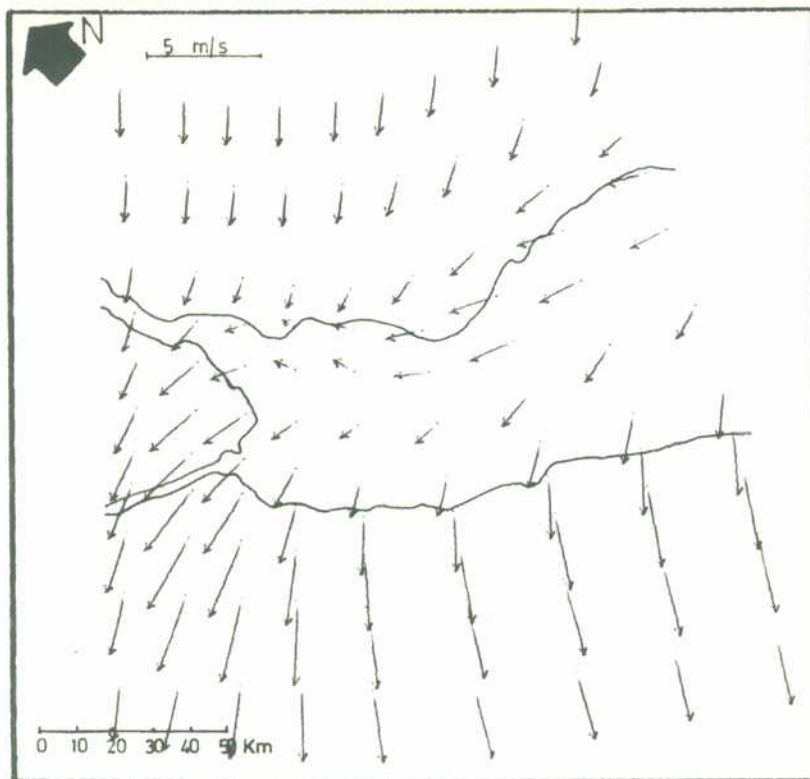


FIG.40 Campo total de viento a las 6 horas de integración (14 hora local) a 10 metros de altura.

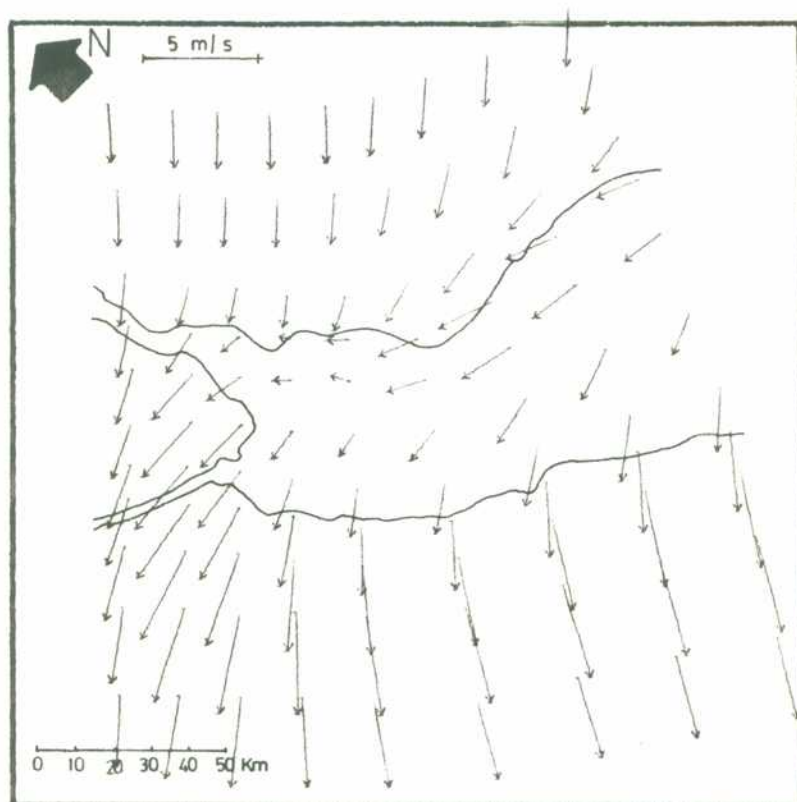


FIG. 41 Campo total de viento a las 6 horas de integración (14 hora local) a 350 metros de altura.

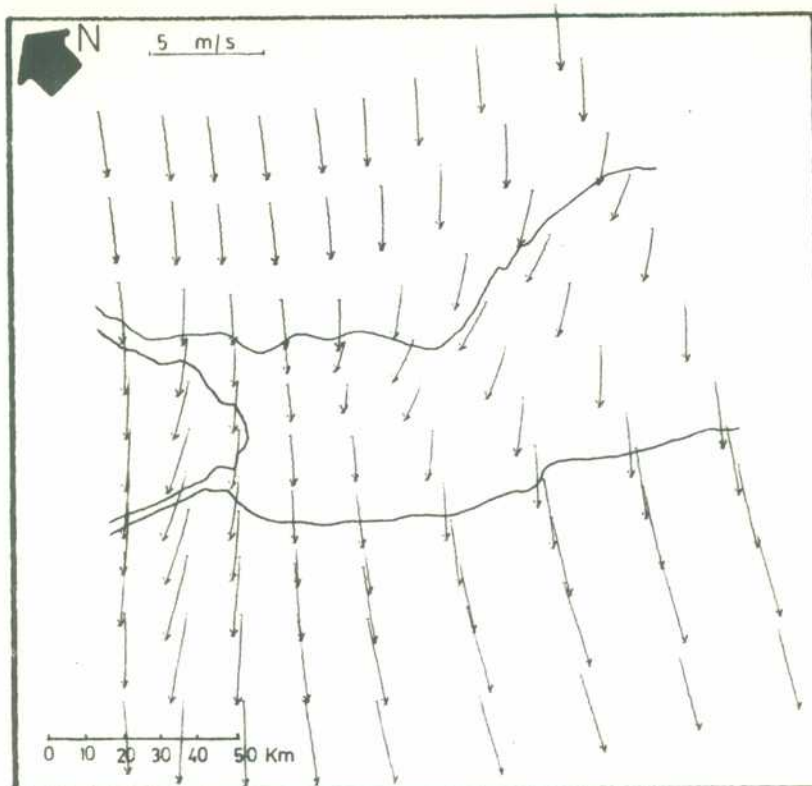


FIG.42 Campo total de viento a las 6 horas de integración (14 hora local) a 1100 metros de altura.

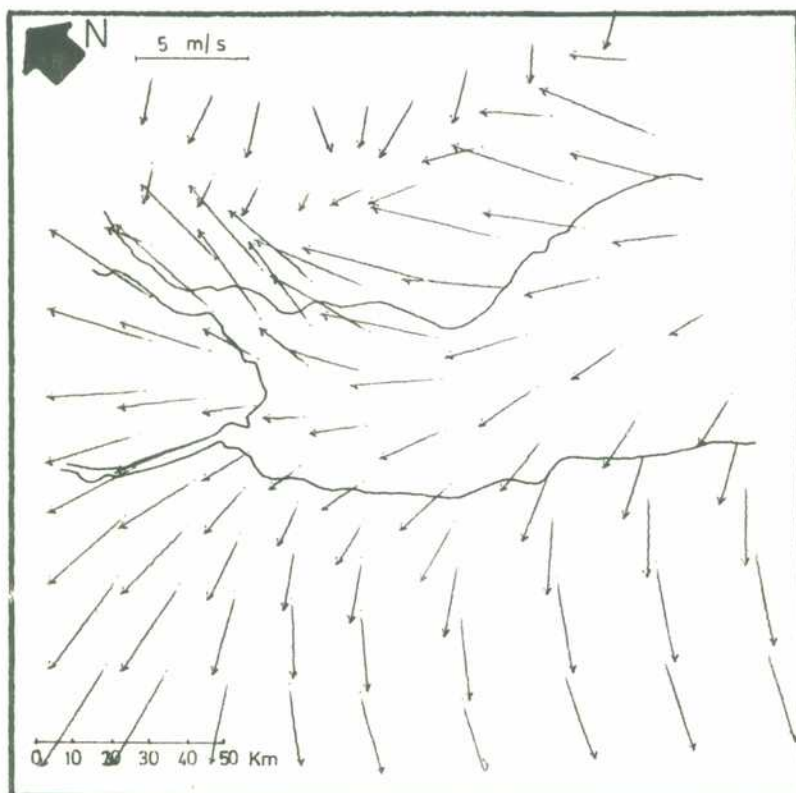


FIG.43 Campo total de viento a las 10 horas de integración (18 hora local) a 10 metros de altura.

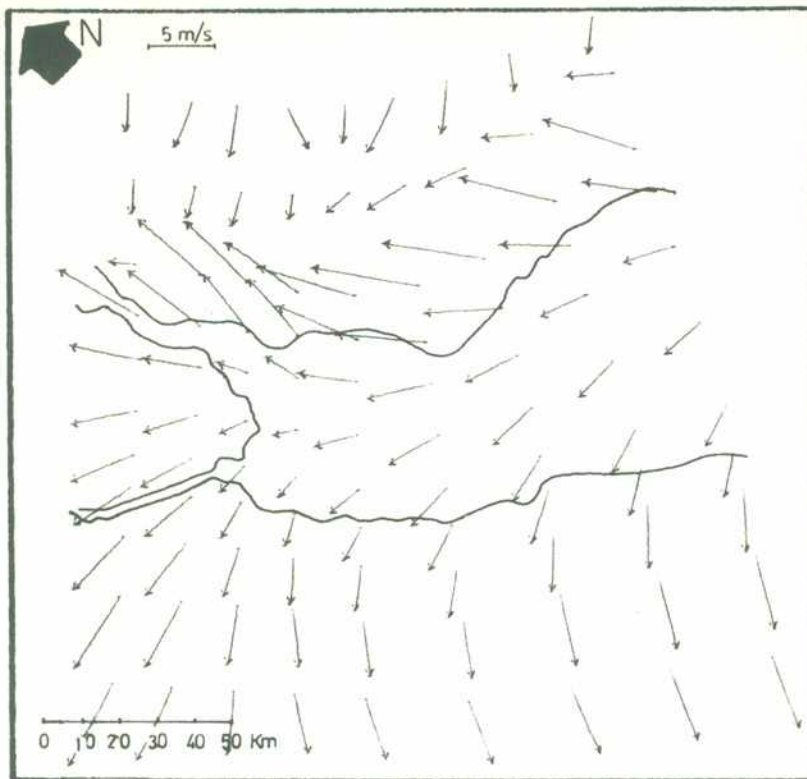


FIG.44 Campo total de viento a las 10 horas de integración (18 hora local) a 350 metros de altura.

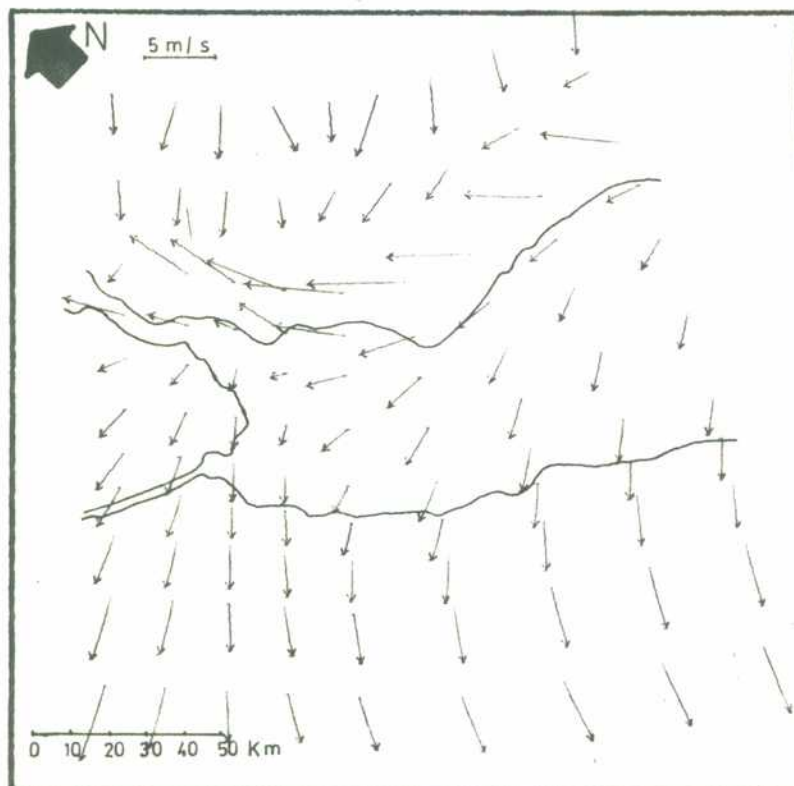


FIG.45 Campo total de viento a las 10 horas de integración (18 hora local) a 1100 metros de altura.

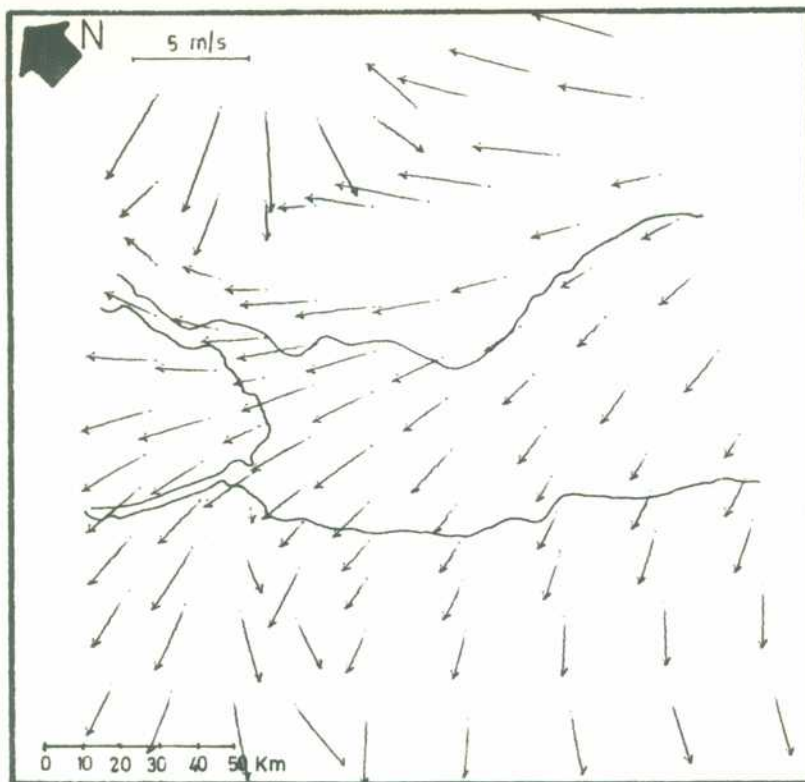


FIG.46 Campo total de viento a las 14 horas de integración (22 hora local) a 10 metros de altura.

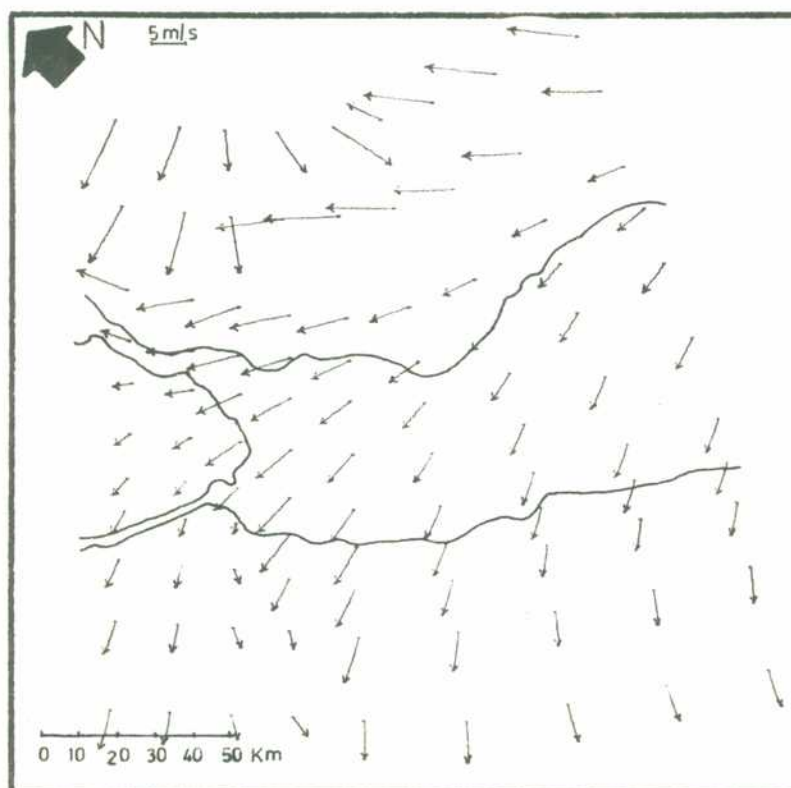


FIG.47 Campo total de viento a las 14 horas de integración (22 hora local) a 350 metros de altura.

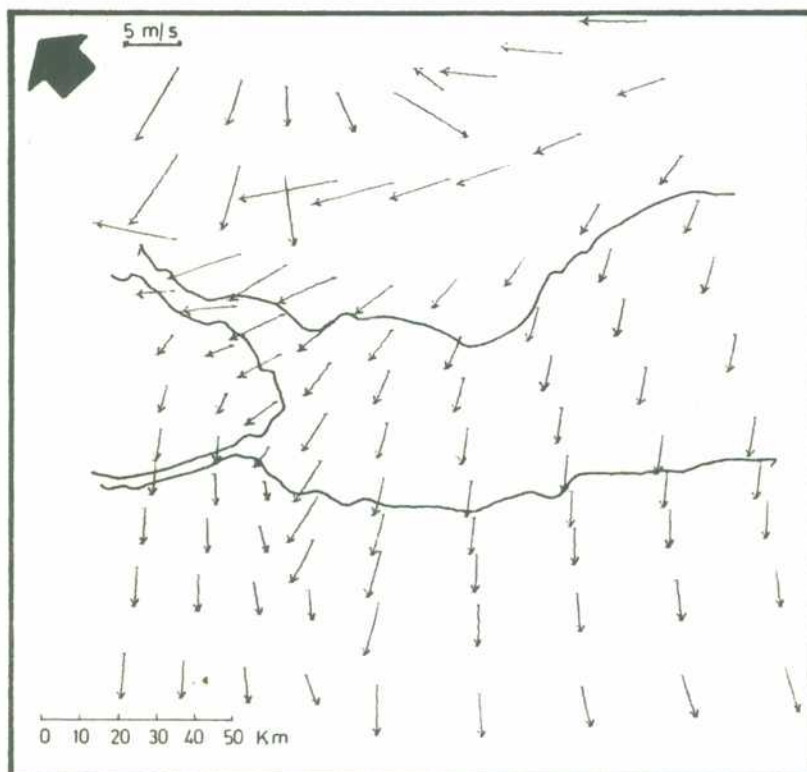


FIG.48 Campo total de viento a las 14 horas de integración (22 hora local) a 1100 metros de altura.

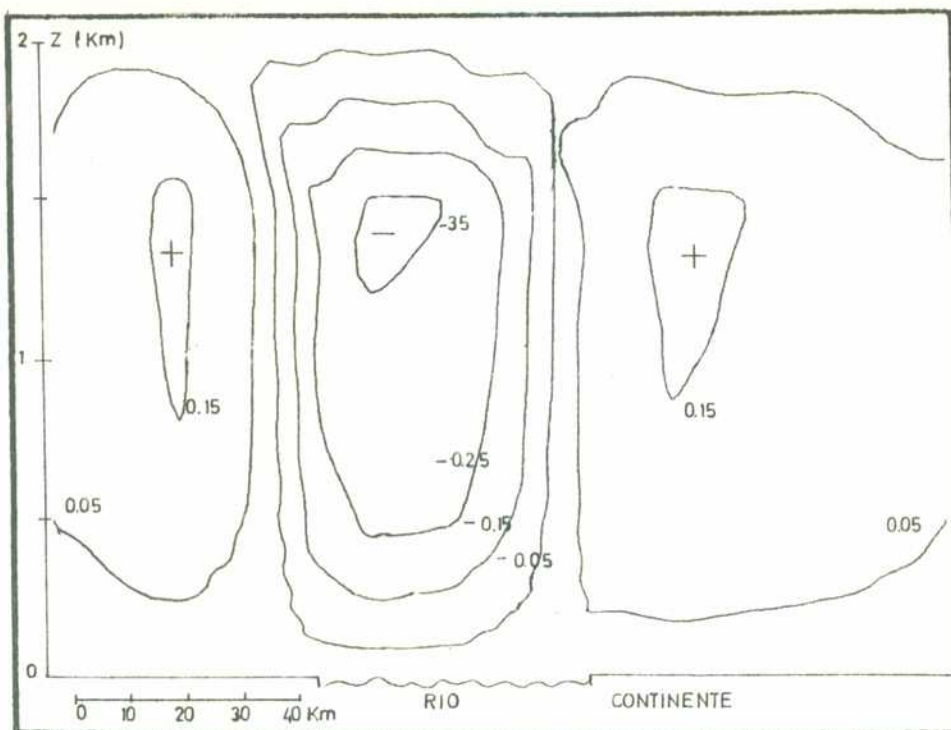


FIG.49 Campo de movimiento vertical a las 2 horas de integración (10 hora local) en el plano vertical I en centímetros por segundo, máximo 0.17 cm/s, mínimo -0.36 cm/s.

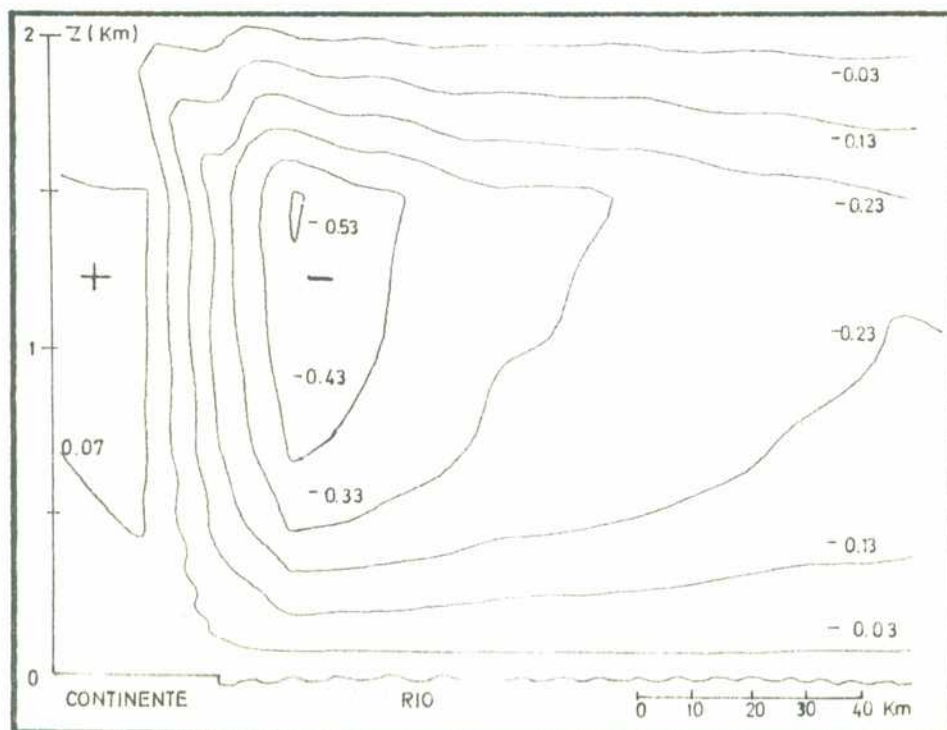


FIG.50 Campo de movimiento vertical a las 2 horas de integración (10 hora local) en el plano vertical J en centímetros por segundo, máximo 0.08 cm/s, mínimo -0.54 cm/s.

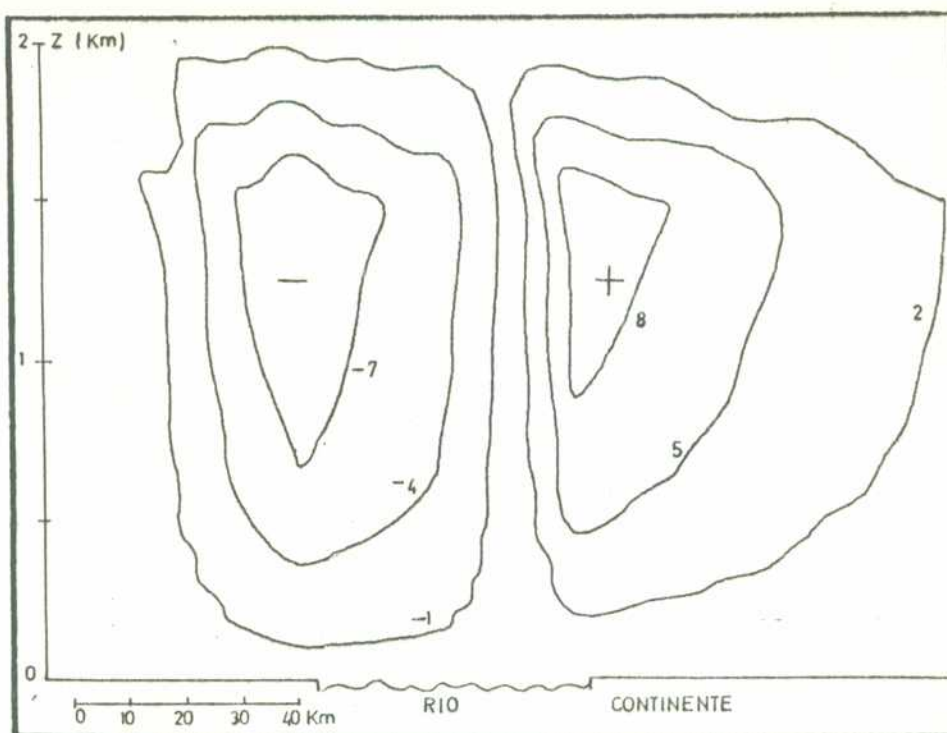


FIG.51 Campo de movimiento vertical a las 6 horas de integración (14 hora local) en el plano vertical I en centímetros por segundo, máximo 10.24 cm/s, mínimo -9.89 cm/s.

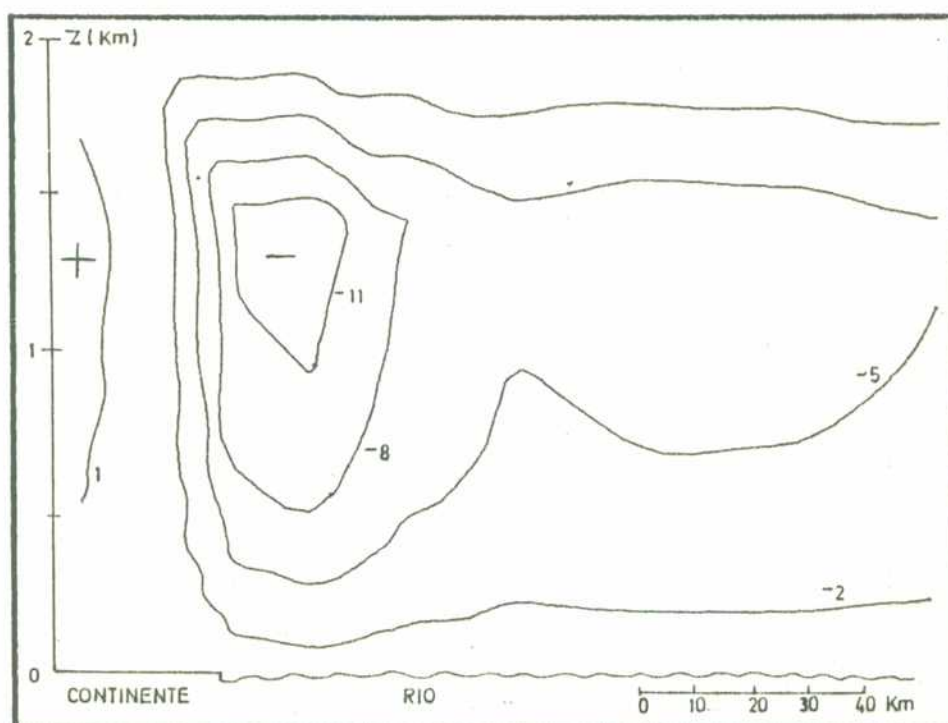


FIG.52 Campo de movimiento vertical a las 6 horas de integración (14 hora local) en el plano vertical J en centímetros por segundo, máximo 1.84 cm/s, mínimo -12.58 cm/s.

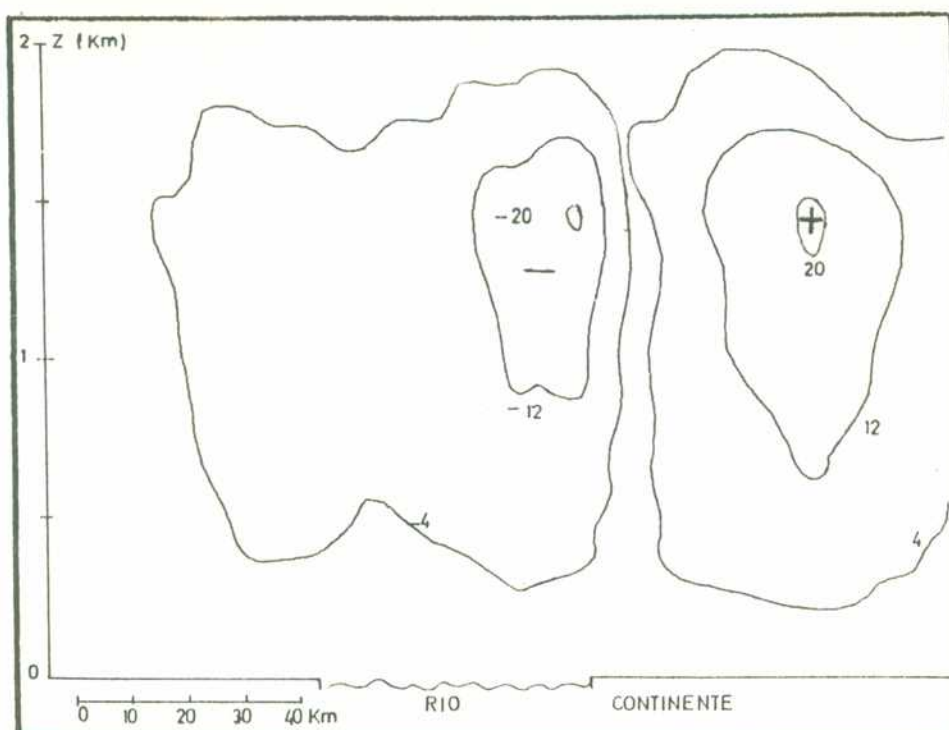


FIG.53 Campo de movimiento vertical a las 10 horas de integración (18 hora local) en el plano vertical I en centímetros por segundo, máximo 21.48 cm/s, mínimo -20.89 cm/s.

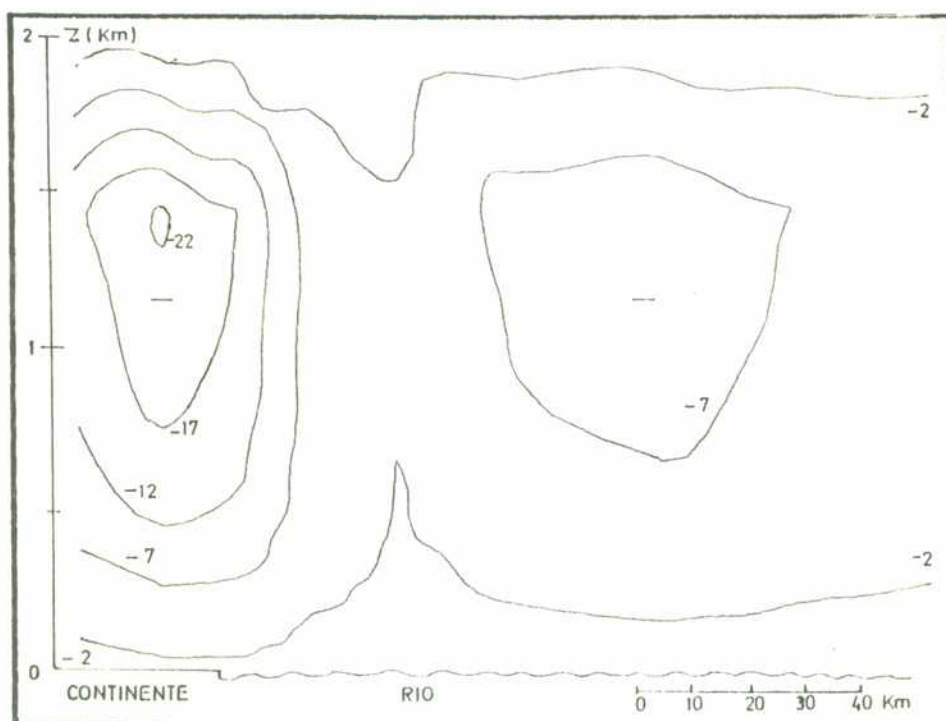


FIG.54 Campo de movimiento vertical a las 10 horas de integración (18 hora local) en el plano vertical J en centímetros por segundo, máximo 0.00 cm/s, mínimo -22.74 cm/s.

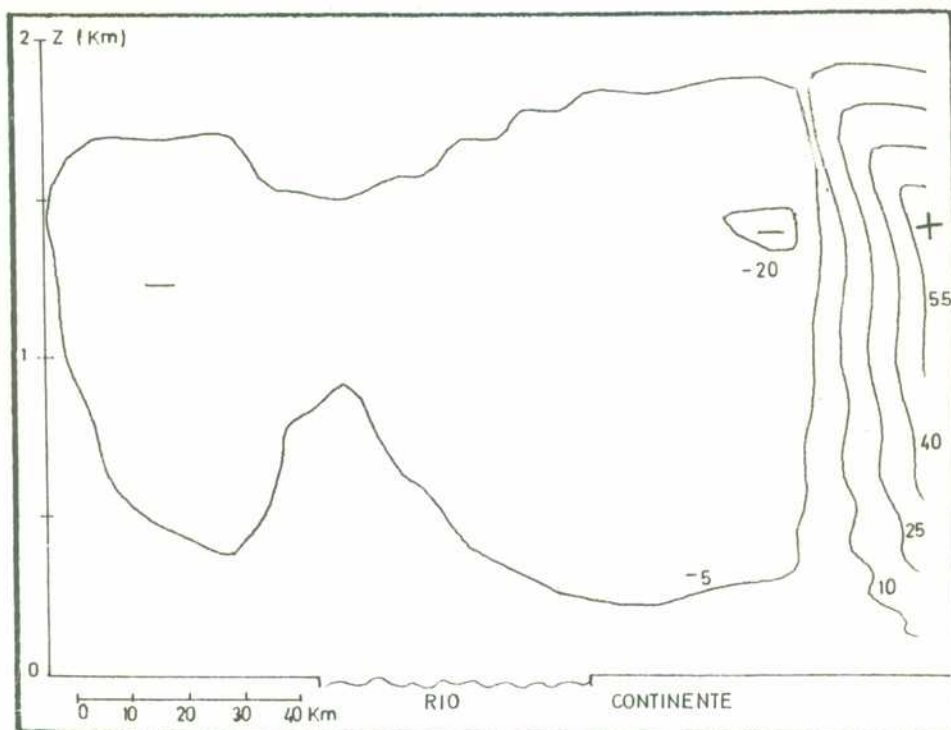


FIG.55 Campo de movimiento vertical a las 14 horas de integración (22 hora local) en el plano vertical I en centímetros por segundo, máximo 67.90 cm/s, mínimo -21.32 cm/s.

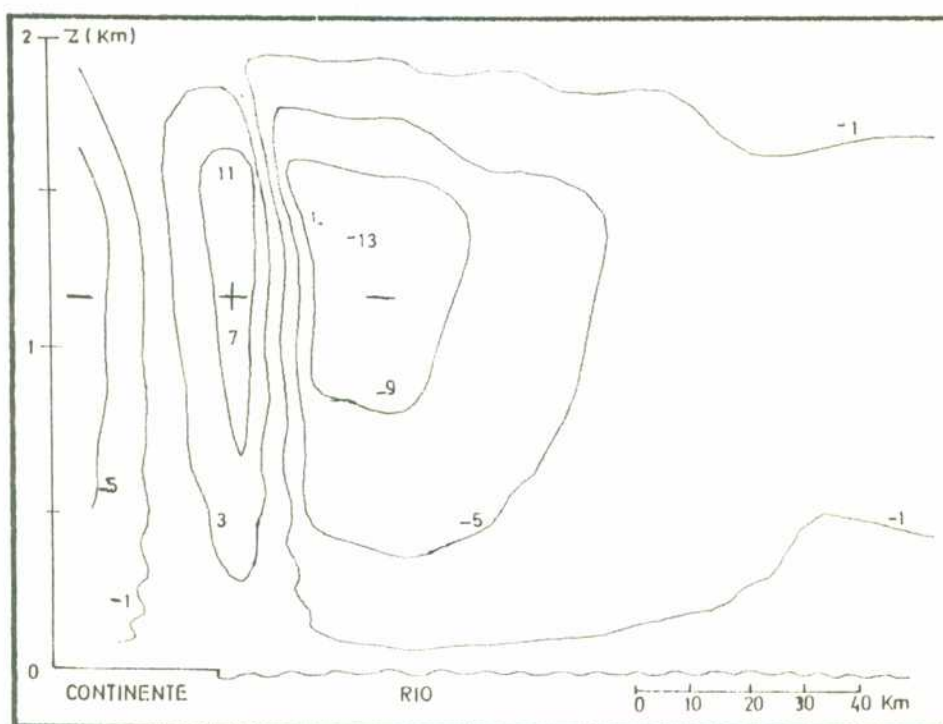


FIG.56 Campo de movimiento vertical a las 14 horas de integración (22 hora local) en el plano vertical J en centímetros por segundo, máximo 11.28 cm/s, mínimo -13.25 cm/s.

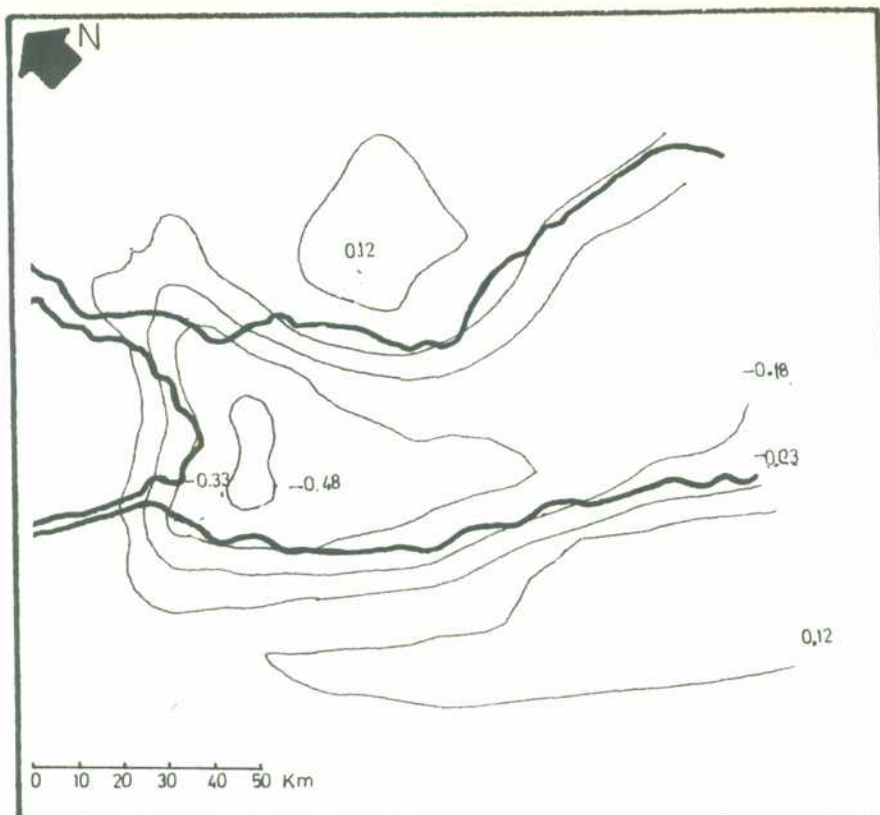


FIG.57 Campo de movimiento vertical a las 2 horas de integración (10 hora local) en un plano horizontal a 1100 metros de altura, en centímetros por segundo, máximo 0.18 cm/seg, mínimo -0.53 cm/seg

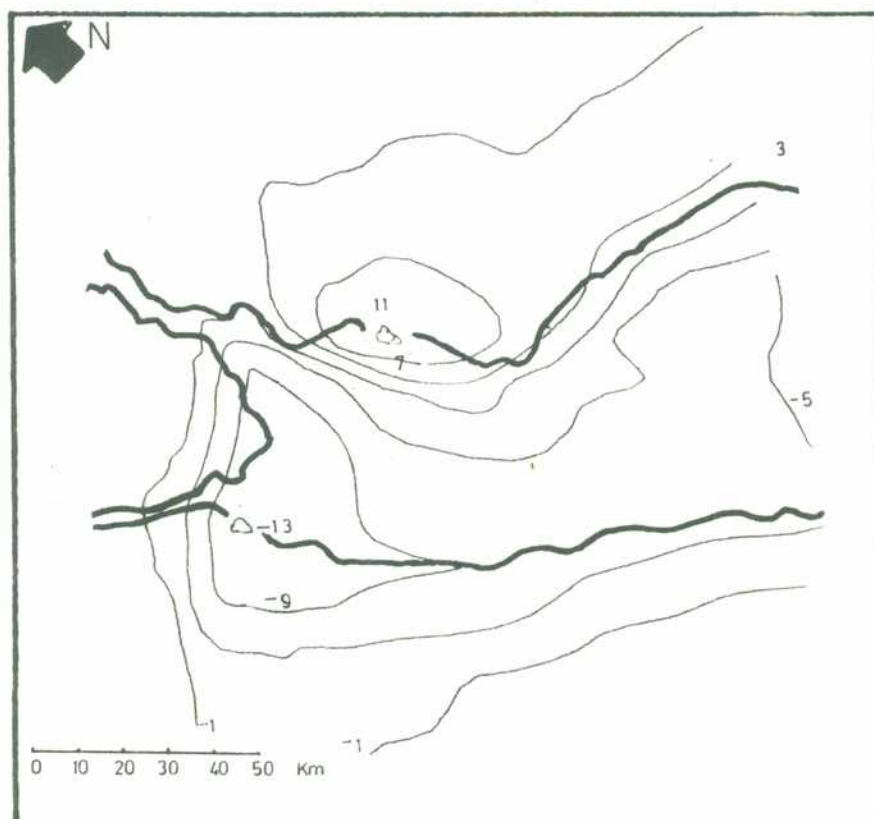


FIG.58 Campo de movimiento vertical a las 6 horas de integración (14 hora local) en un plano horizontal a 1100 metros de altura, en centímetros por segundo, máximo 11.60 cm/seg, mínimo -13.24 cm/seg

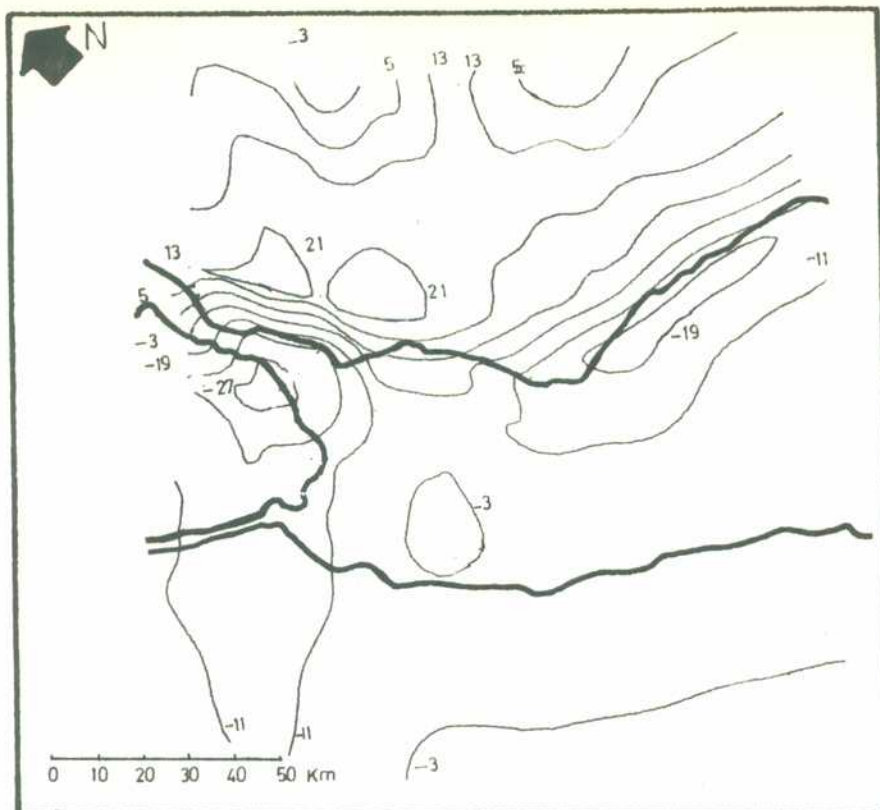


FIG.59 Campo de movimiento vertical a las 10 horas de integración (18 hora local) en un plano horizontal a 1100 metros de altura, en centímetros por segundo, máximo 25.32 cm/seg, mínimo -30.63 cm/seg

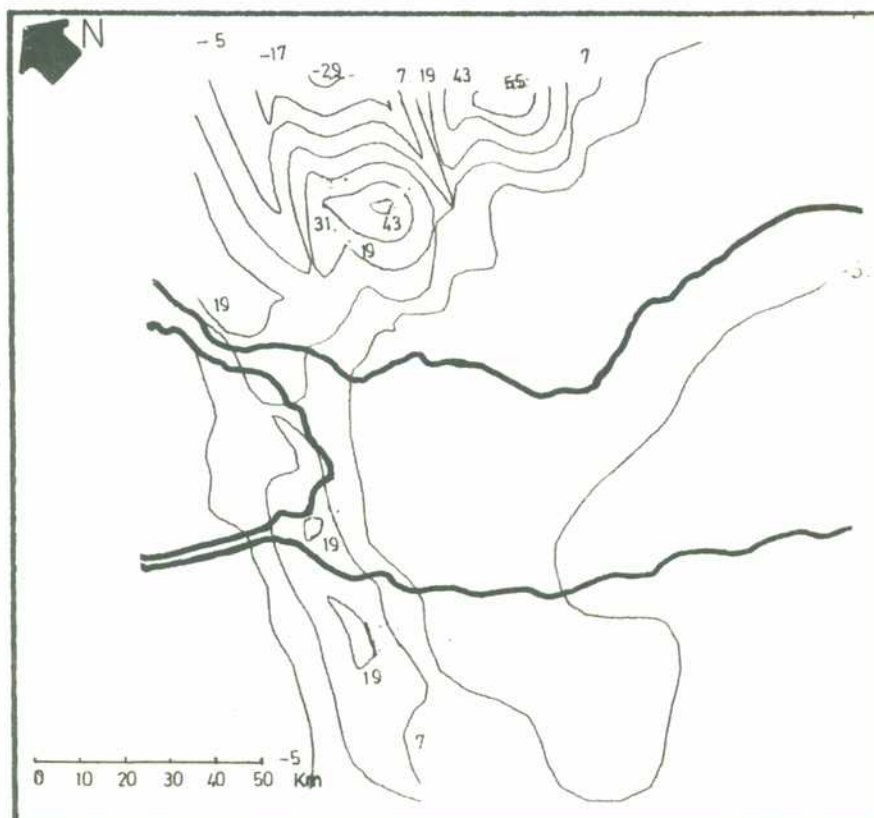


FIG.60 Campo de movimiento vertical a las 14 horas de integración (22 hora local) en un plano horizontal a 1100 metros de altura, en centímetros por segundo, máximo 57.23 cm/seg, mínimo -30.38 cm/seg

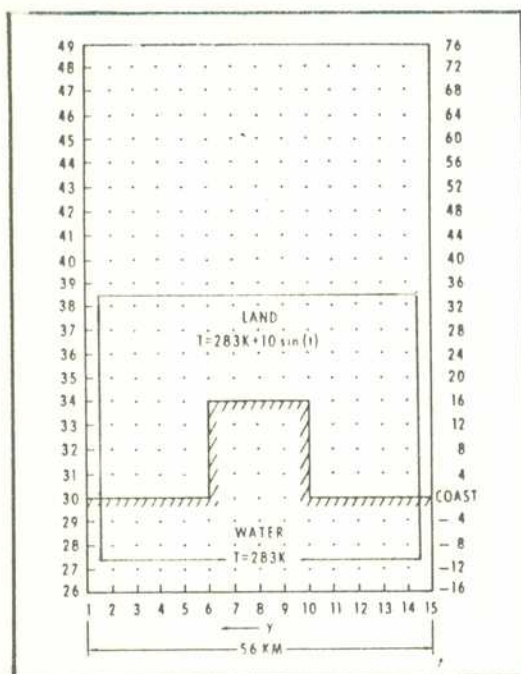


FIG. 61 Dominio de resolución de McPherson (1970). En el recuadro interno el dominio de resolución de este modelo.

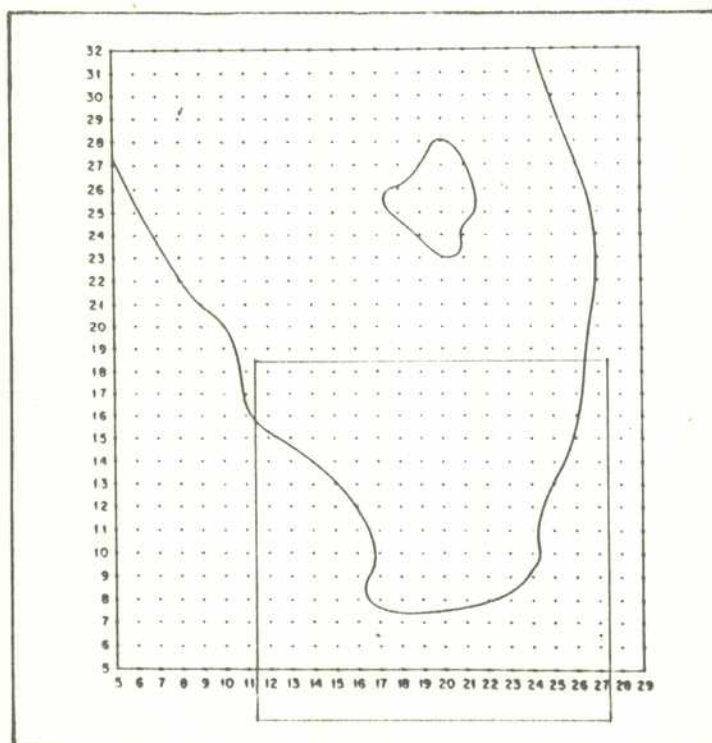
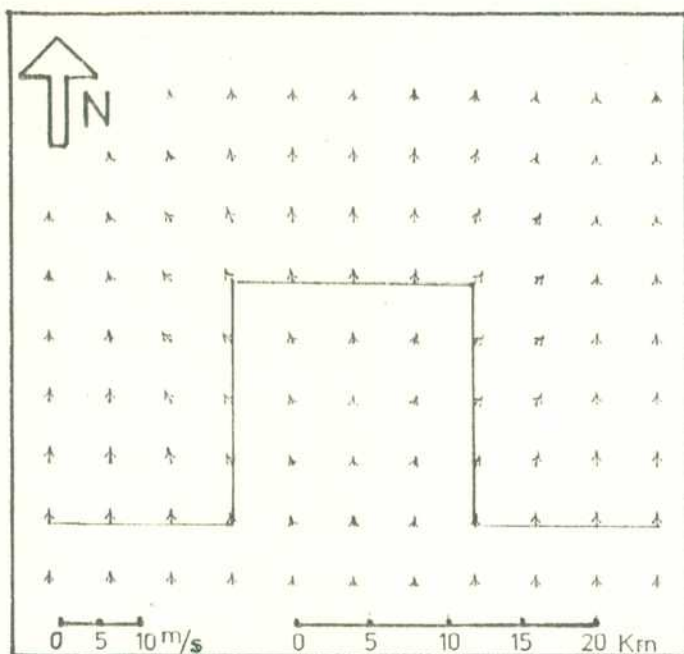
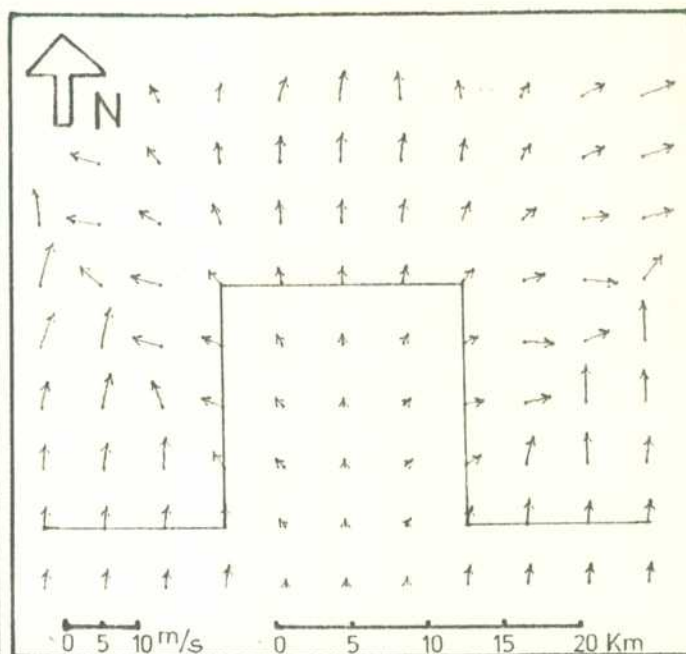


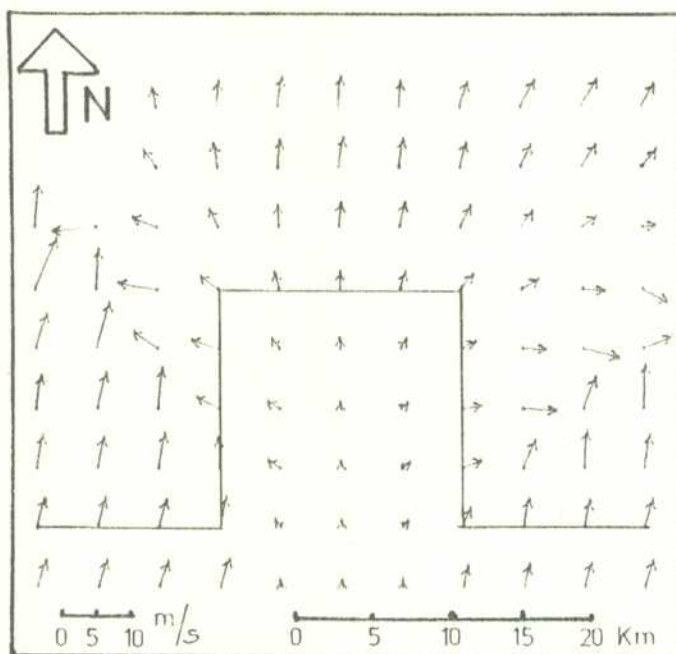
FIG. 62 Dominio de resolución de Pielke (1974a). En el recuadro interno el dominio de resolución de este modelo.



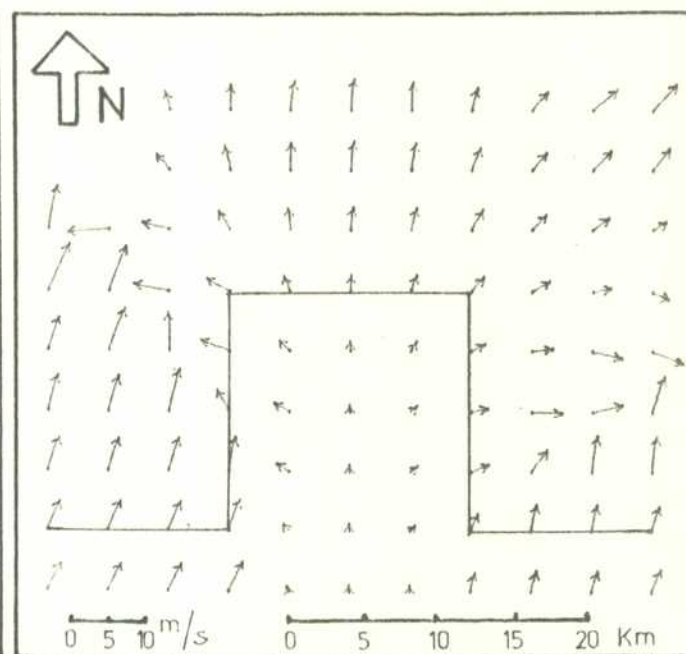
a)



b)



c)



d)

FIG. 63 Campo de movimiento horizontal a 250 m de altura a las 2, 4, 6 y 8 horas de integracion, respectivamente

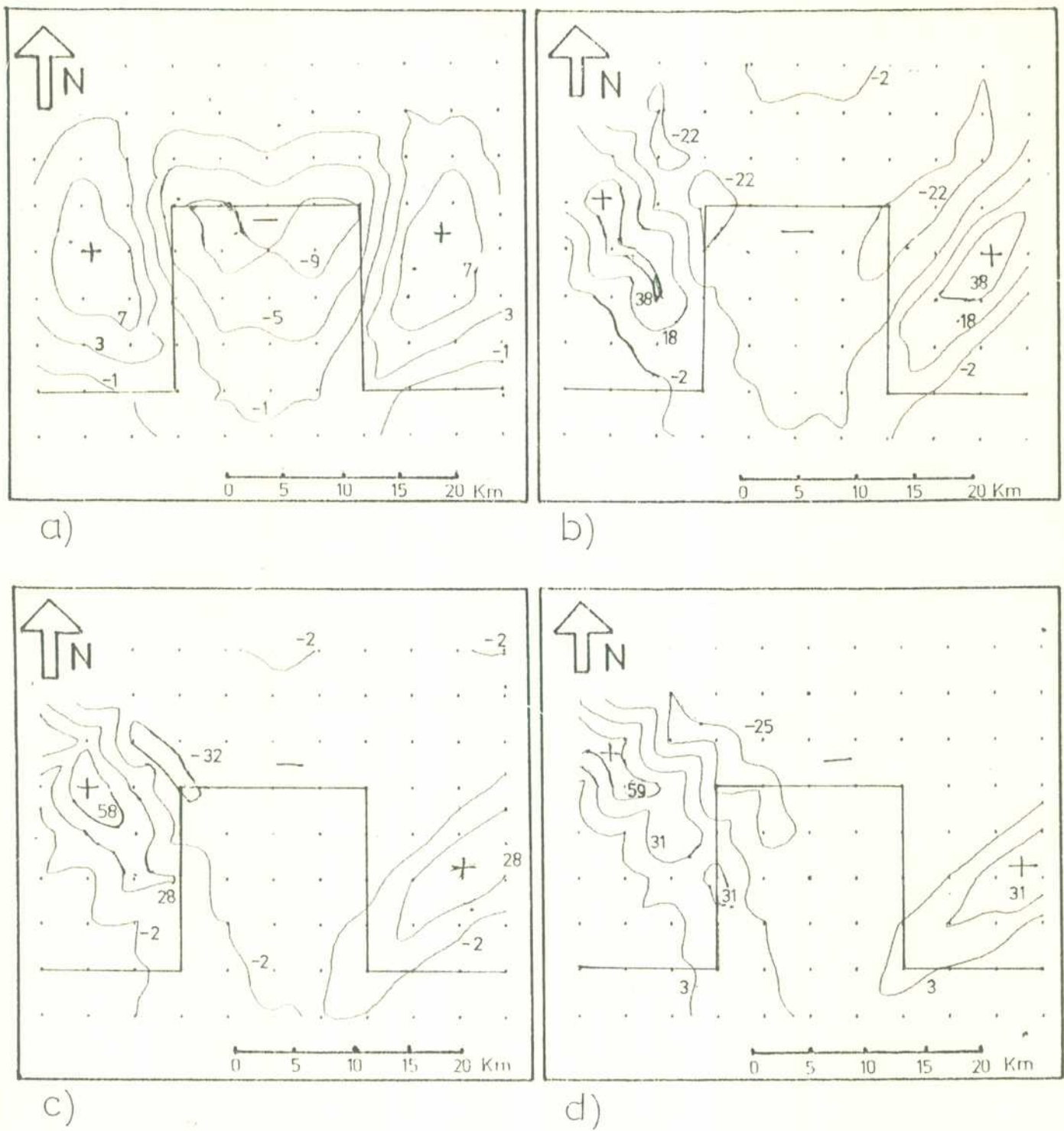


FIG. 64 Campo de movimiento vertical a 850 m de altura, en cm/s, a las 2, 4, 6 y 8 horas de integración, respectivamente

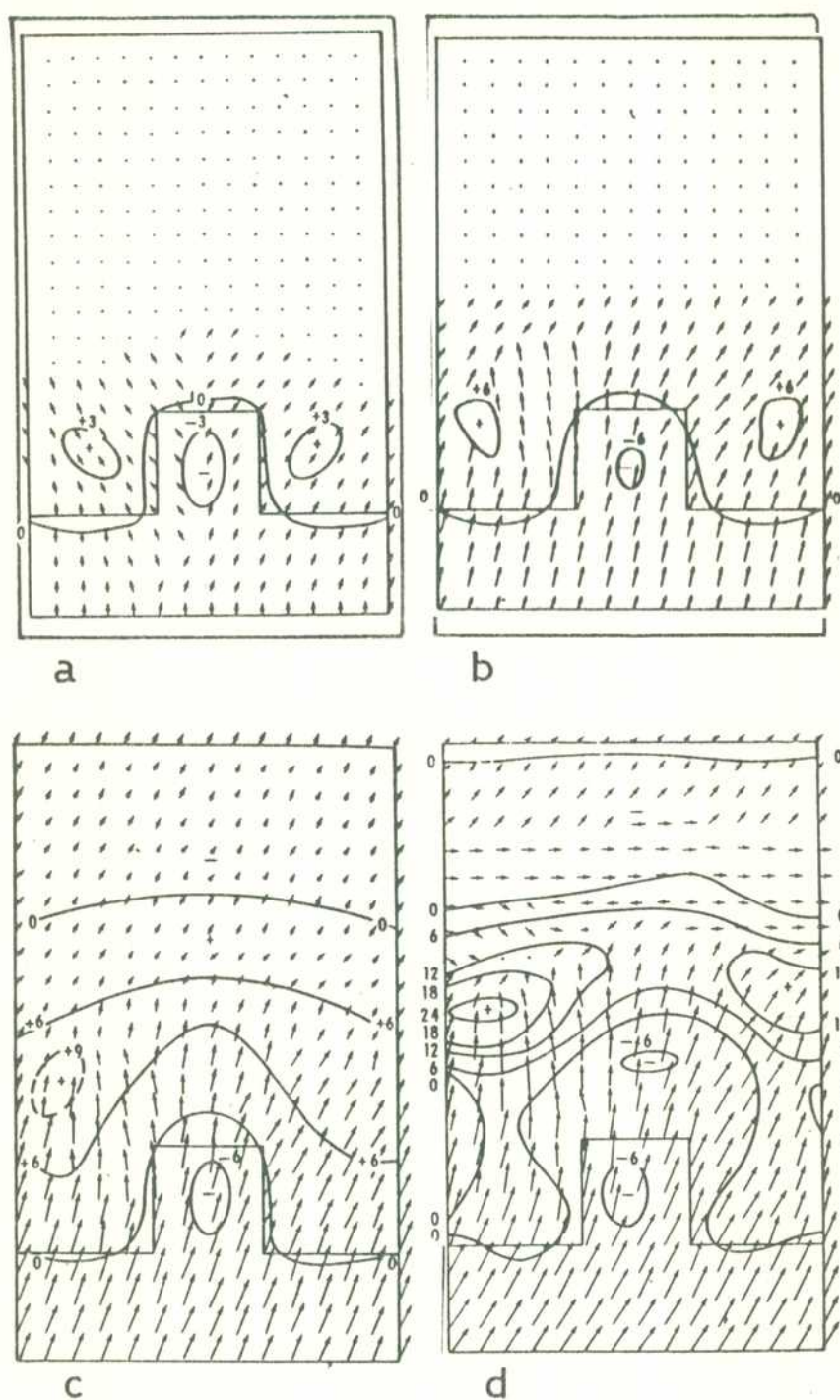


FIG. 65 Campo de movimiento horizontal a 250 m de altura y campo de movimiento vertical, en cm/s, a 850 m de altura a las 2, 4, 6 y 8 horas de integracion, respectivamente (tomado de McPherson)

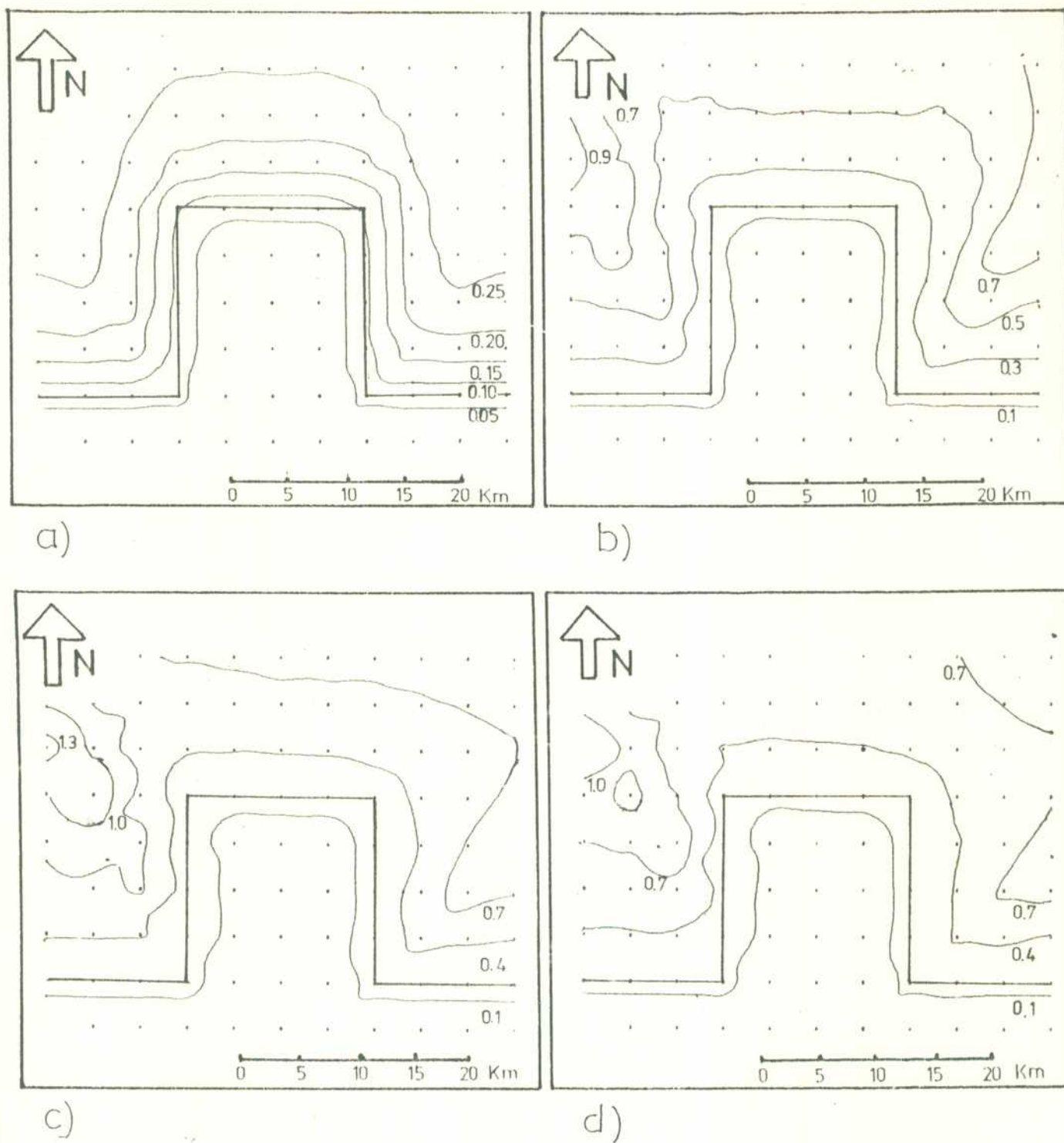
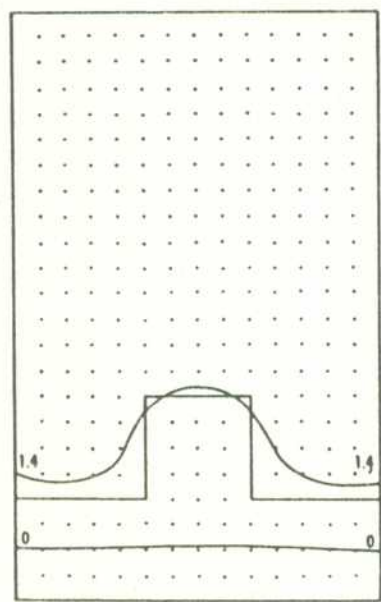
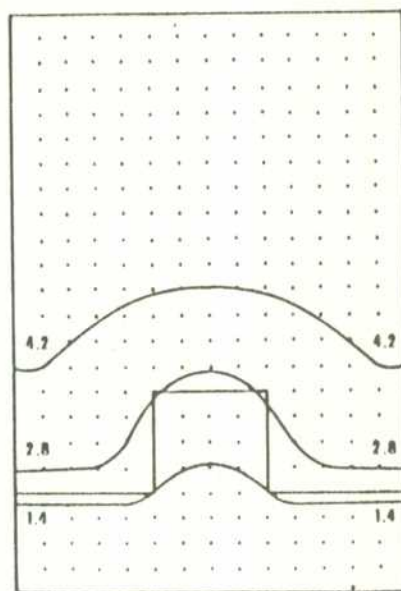


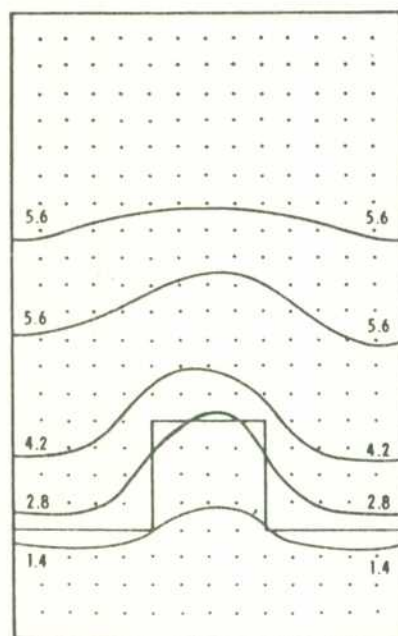
FIG. 66 Campo de perturbacion de la temperatura potencial a 250 m de altura a las 2, 4, 6 y 8 horas de integracion, respectivamente



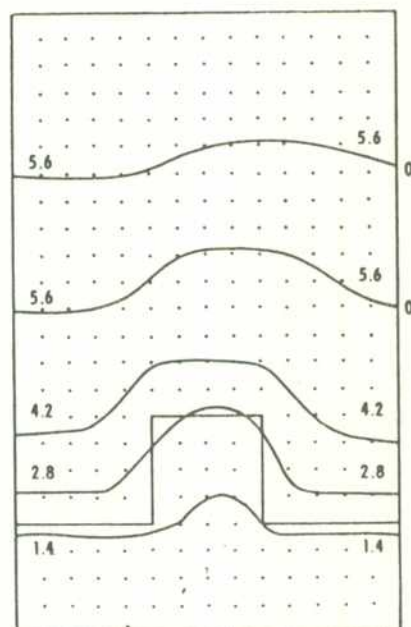
a



b

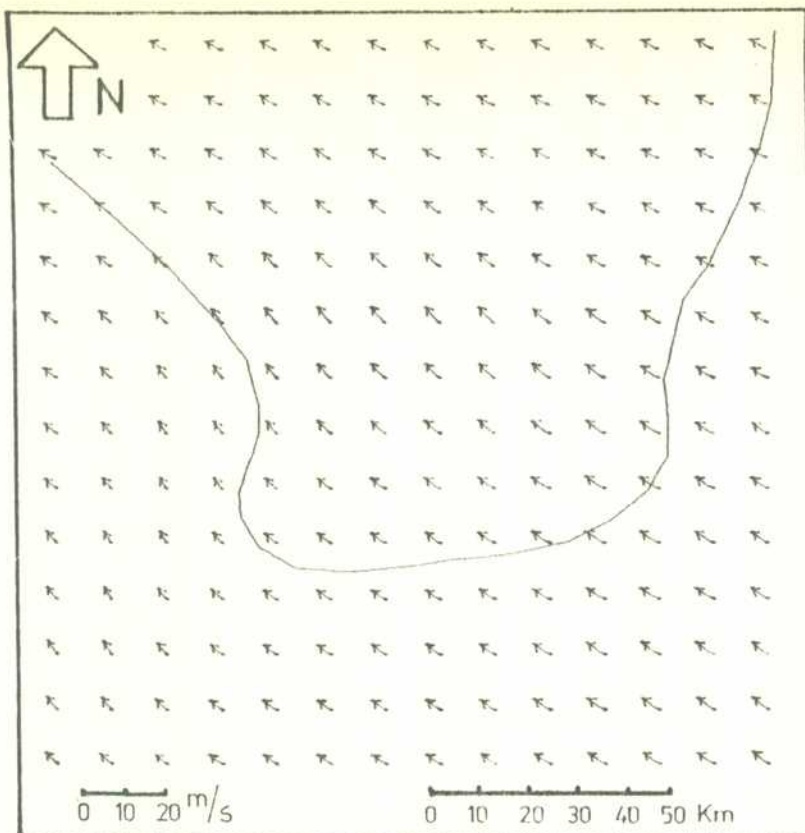


c

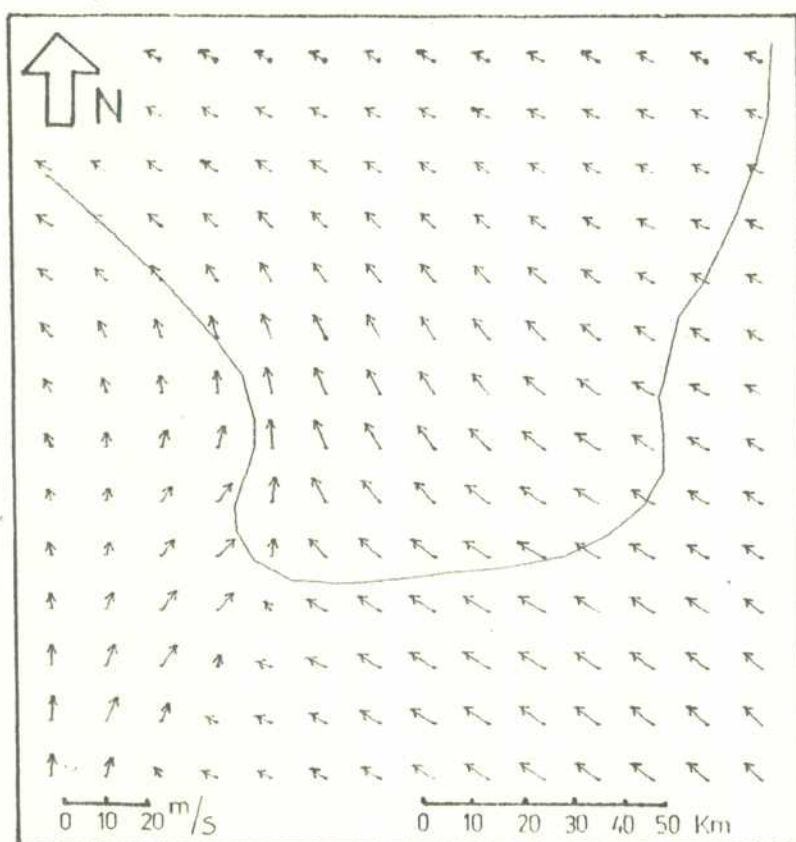


d

FIG. 67 Campo de perturbacion de la temperatura potencial a 250 m de altura a las 2, 4, 6 y 8 horas de integracion, respectivamente (tomado de McPherson, 1970)

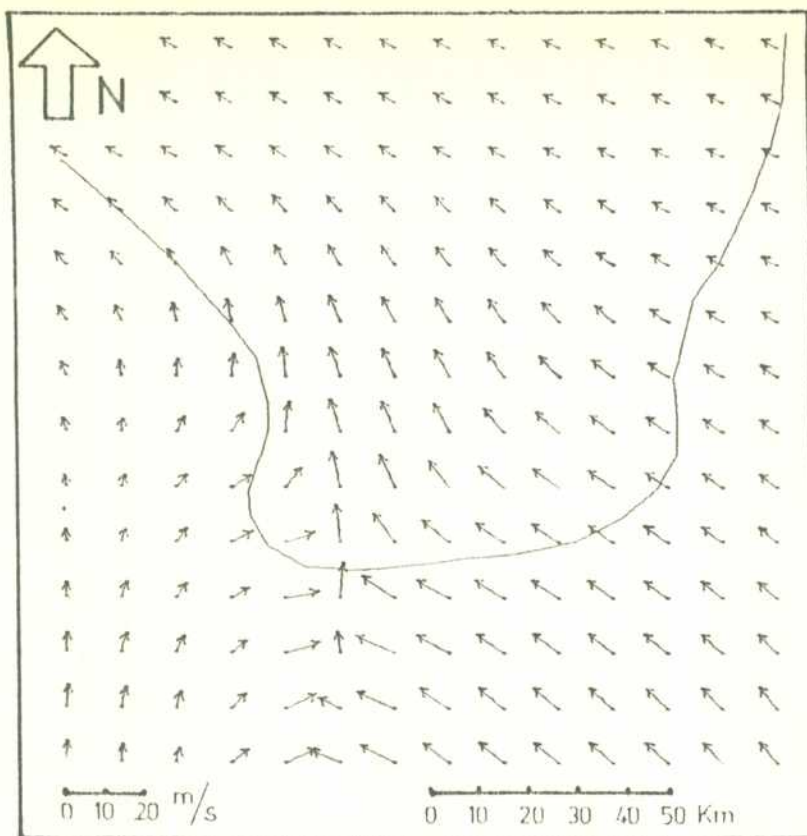


a)

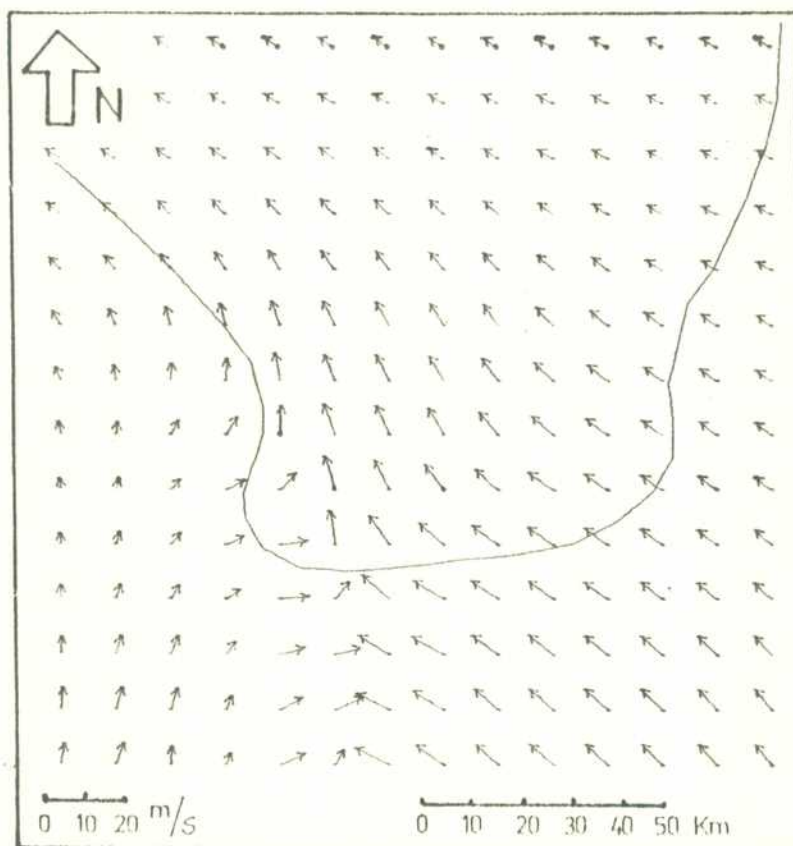


b)

FIG. 68 Campo de movimiento horizontal a 50 m de altura a las 3 y 5 horas de integracion, respectivamente (caso viento sudeste)

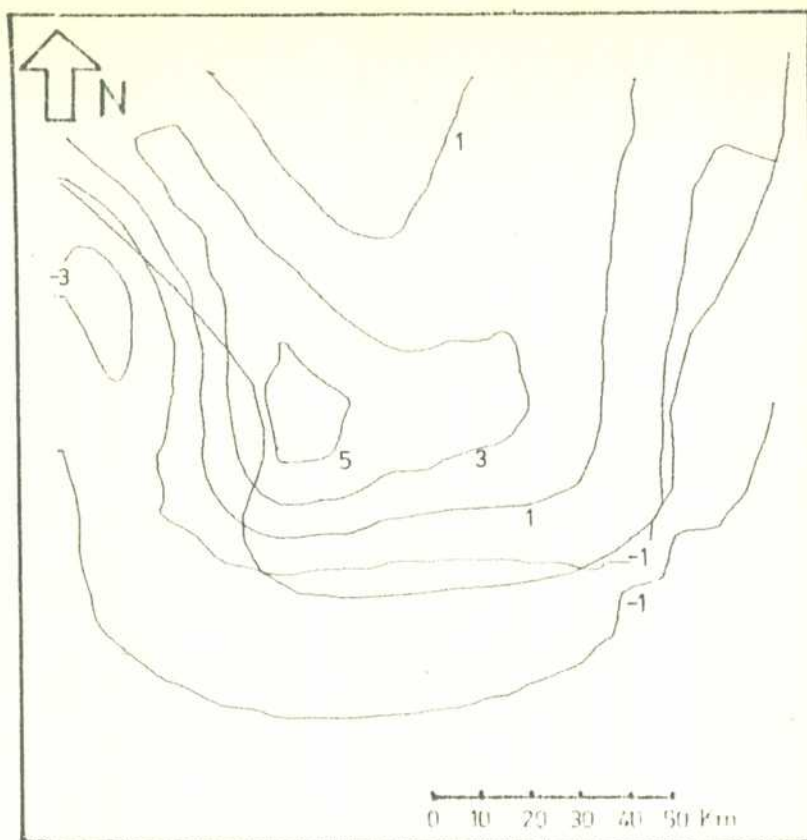


c)

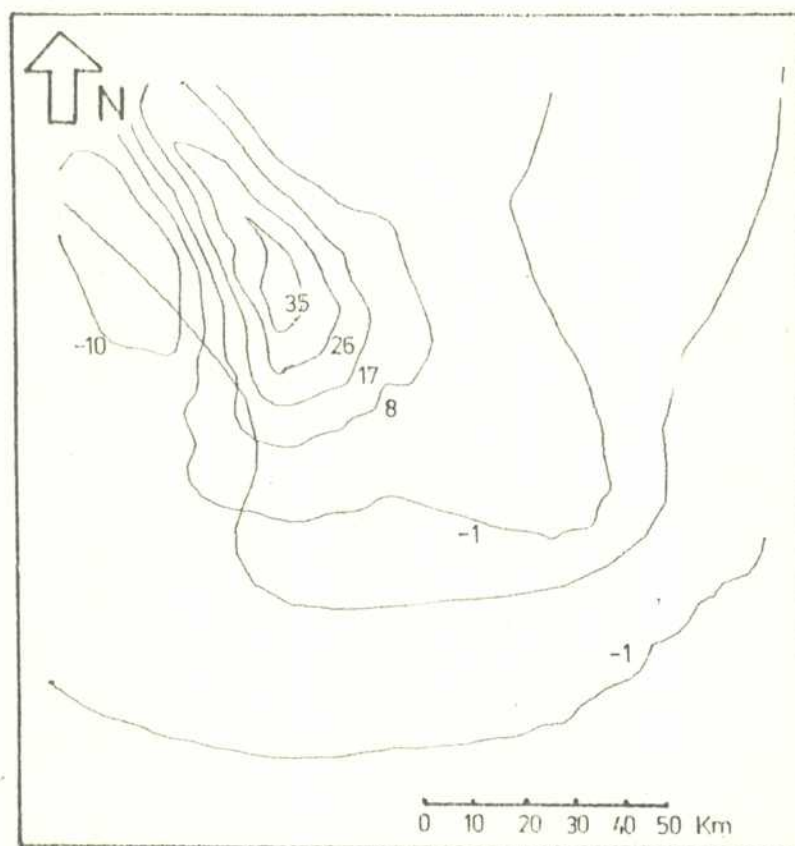


d)

FIG. 68 Campo de movimiento horizontal a 50 m de altura a las 8 y 10 horas de integracion, respectivamente (caso viento sudeste)

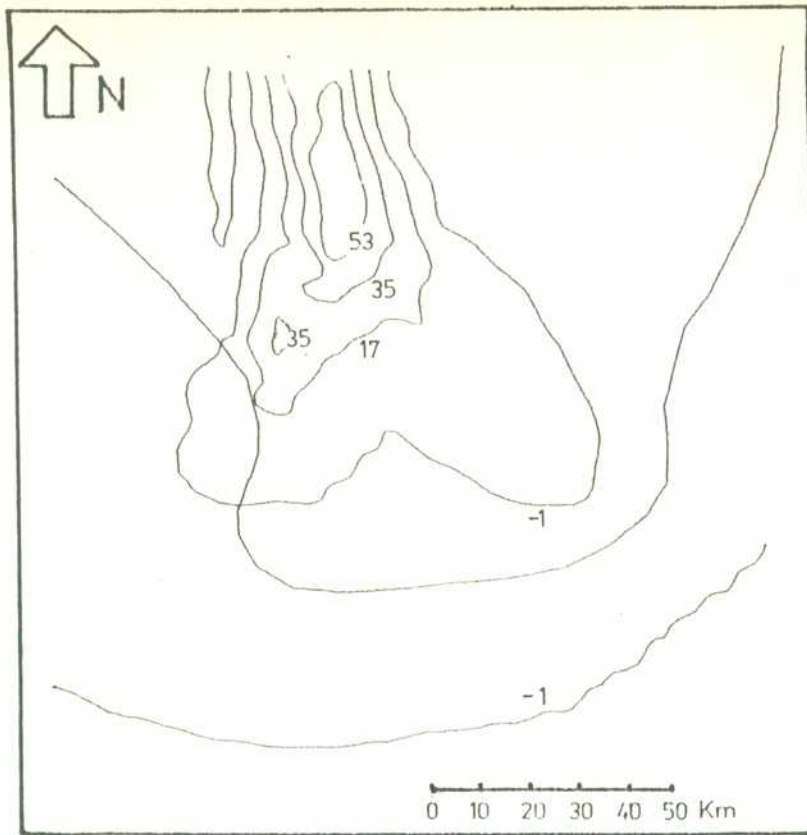


a)

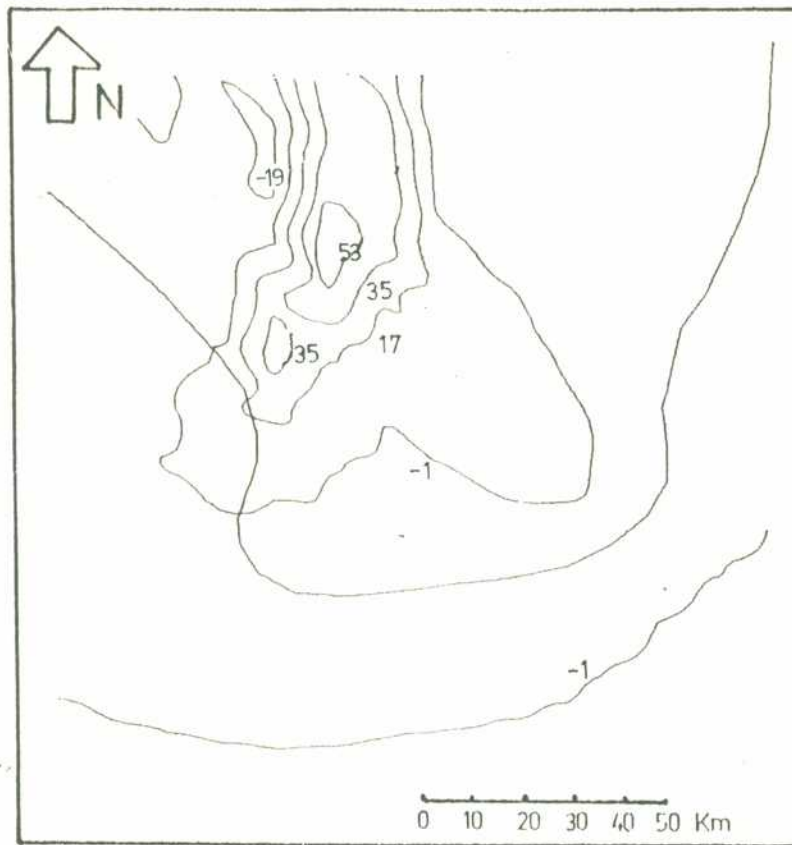


b)

FIG. 69 Campo de movimiento vertical a 1220 m de altura a las 3 y 5 horas de integración, respectivamente (caso viento sudeste), en cm/s

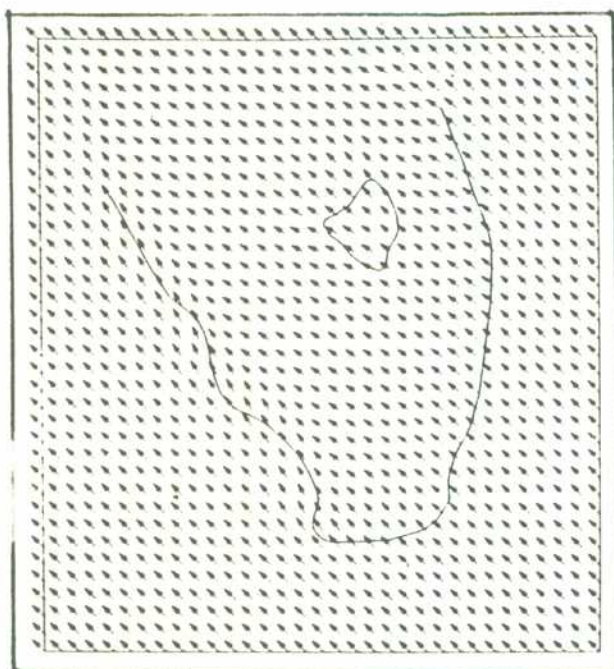


c)

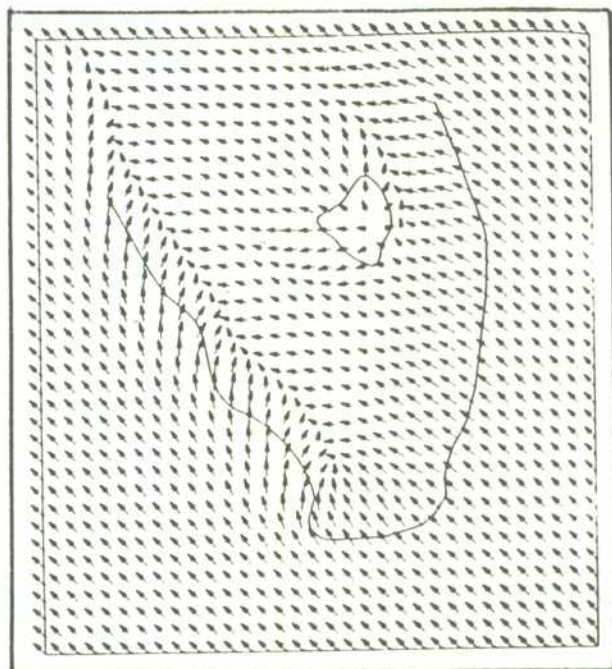


d)

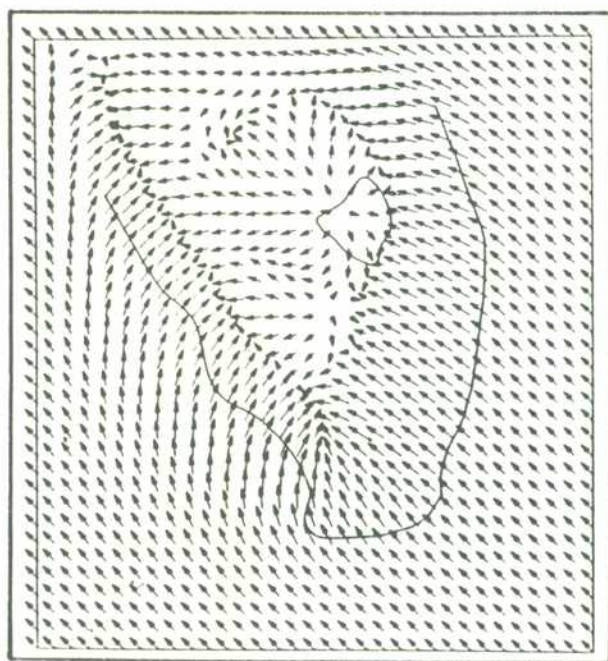
FIG. 69 Campo de movimiento vertical a 1220 m de altura a las 8 y 10 horas de integracion, respectivamente (caso viento sudeste), en cm/s



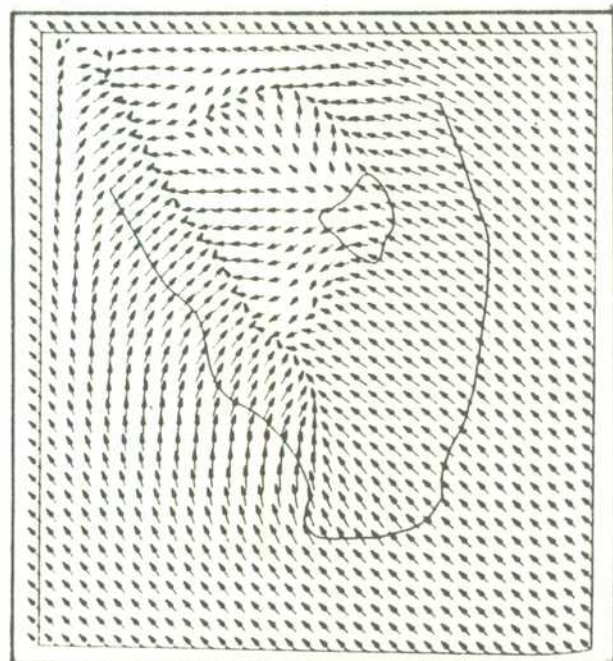
a



b

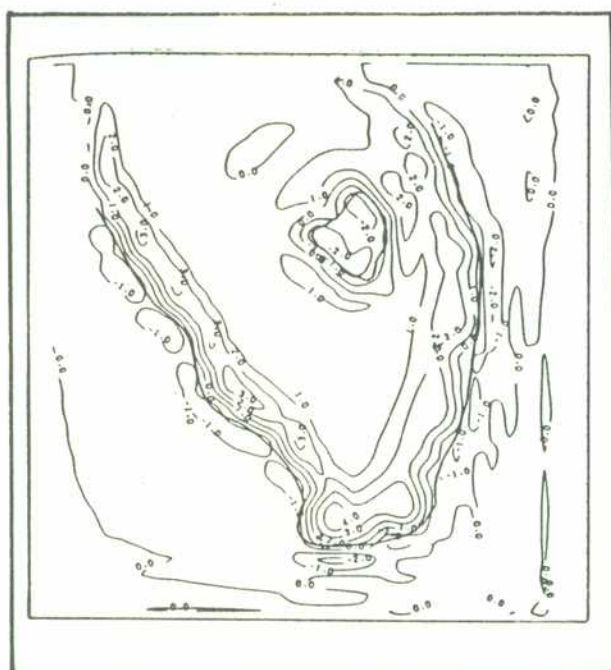


c

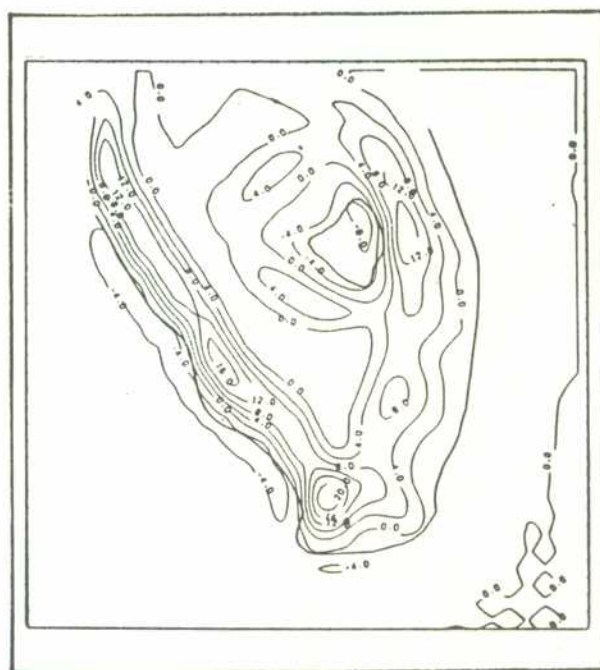


d

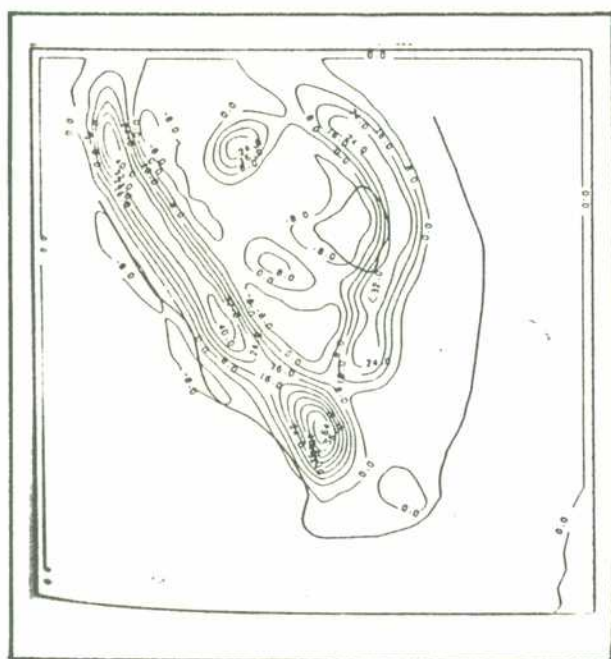
FIG. 70 Campo de movimiento horizontal a 50 m de altura a las 3, 5, 8 y 10 horas de integracion, respectivamente (caso viento sudeste) (tomado de Pielke, 1974a)



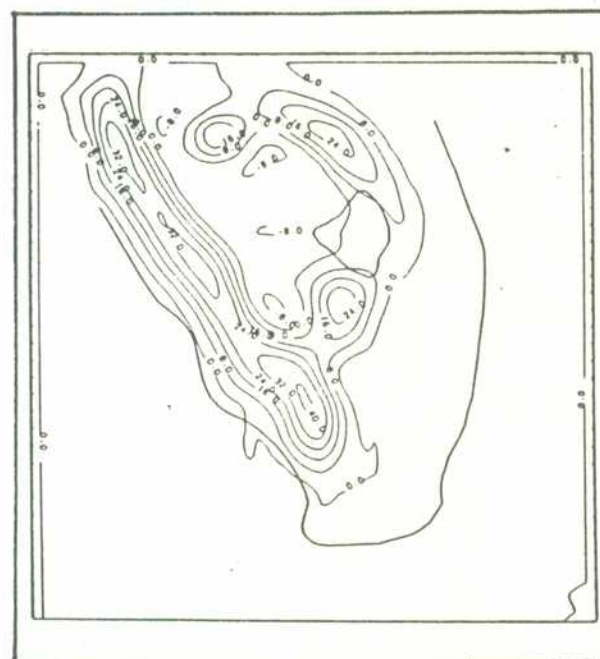
a



b

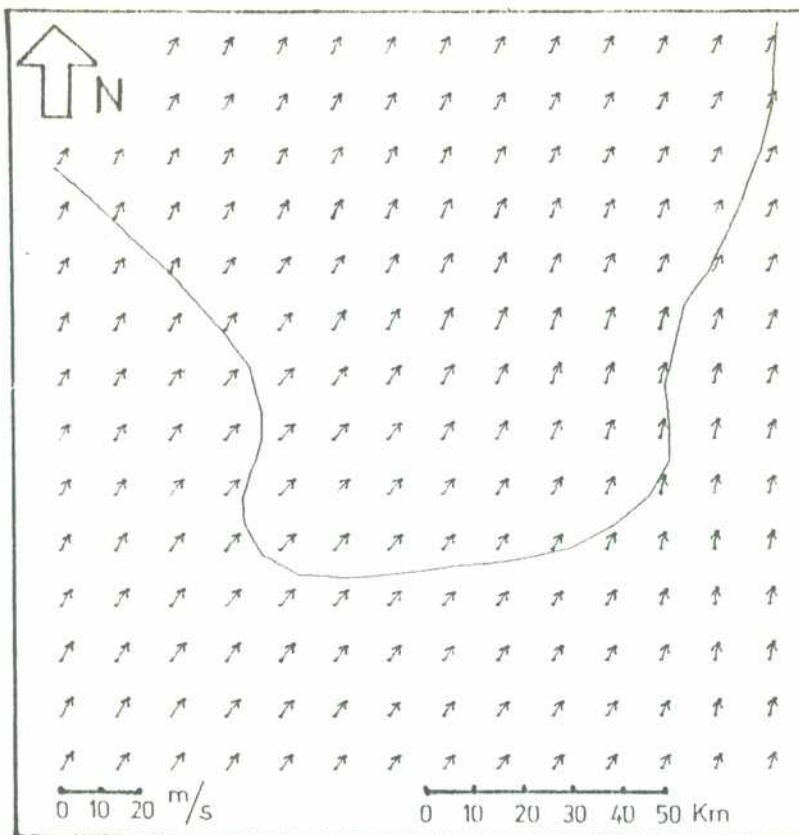


c

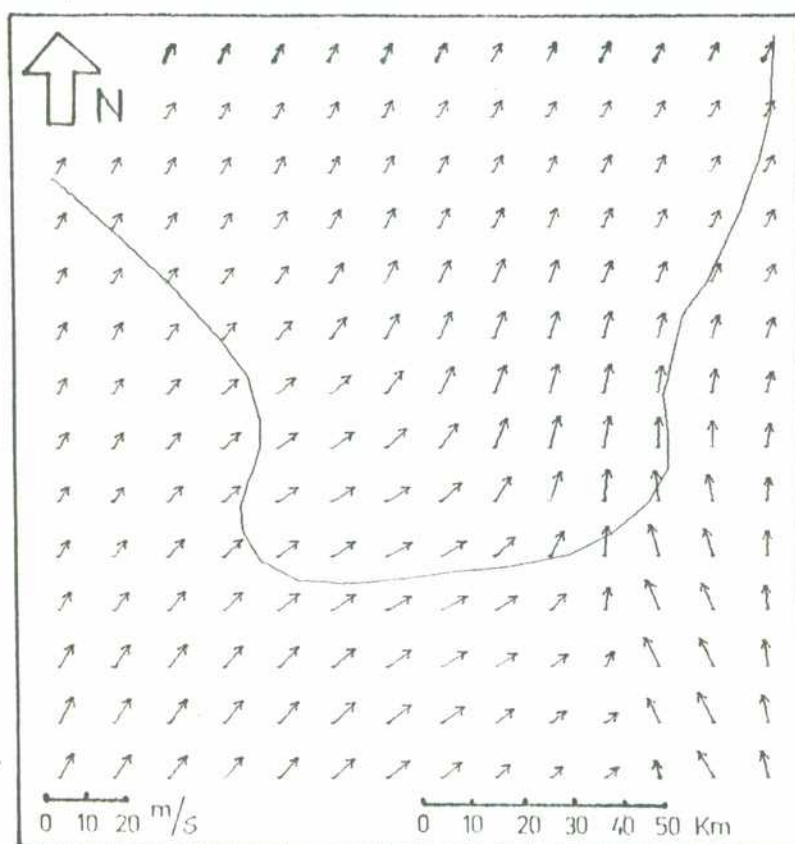


d

FIG. 71 Campo de movimiento vertical a 1220 m de altura, en cm/s, a las 3, 5, 8 y 10 horas de integracion, respectivamente (caso viento sudeste) (tomado de Pielke, 1974a)

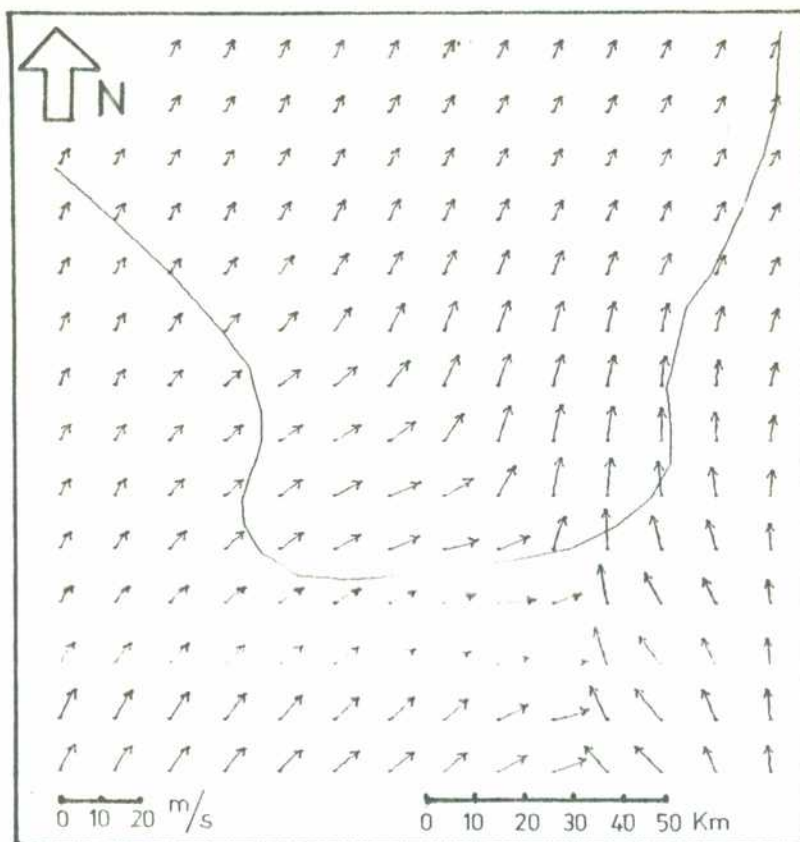


a)

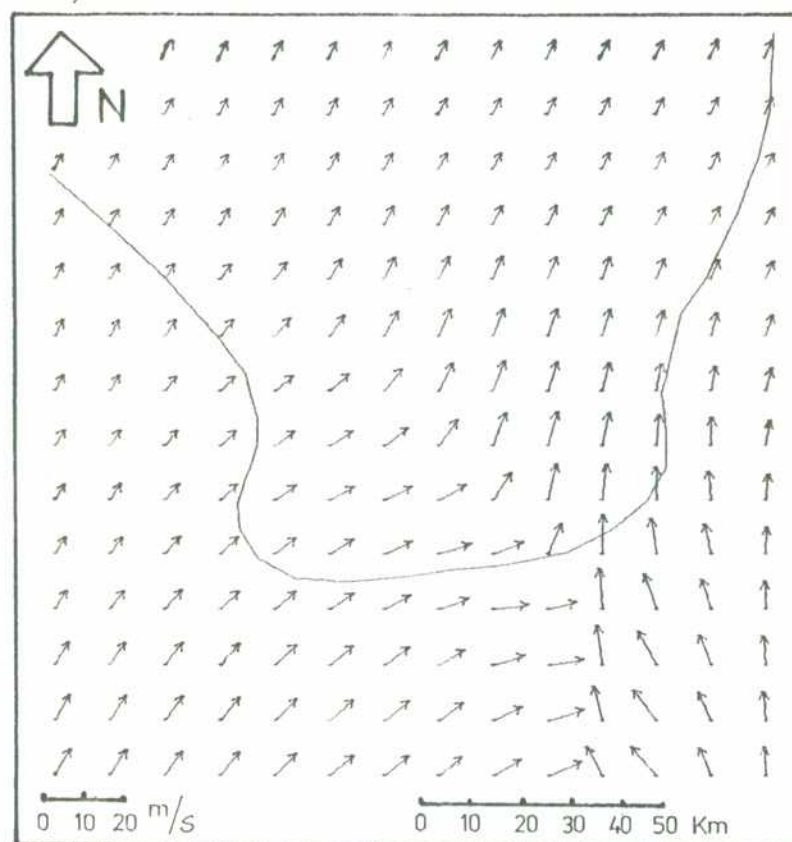


b)

FIG. 72 Campo de movimiento horizontal a 50 m de altura a las 3 y 5 horas de integración, respectivamente (caso viento sudoeste)

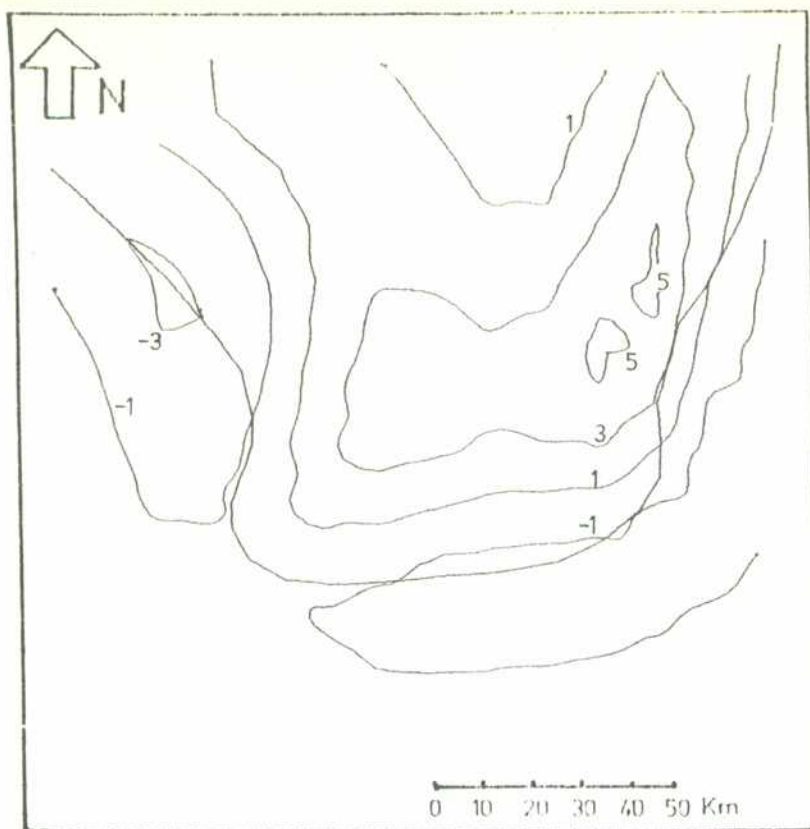


c)

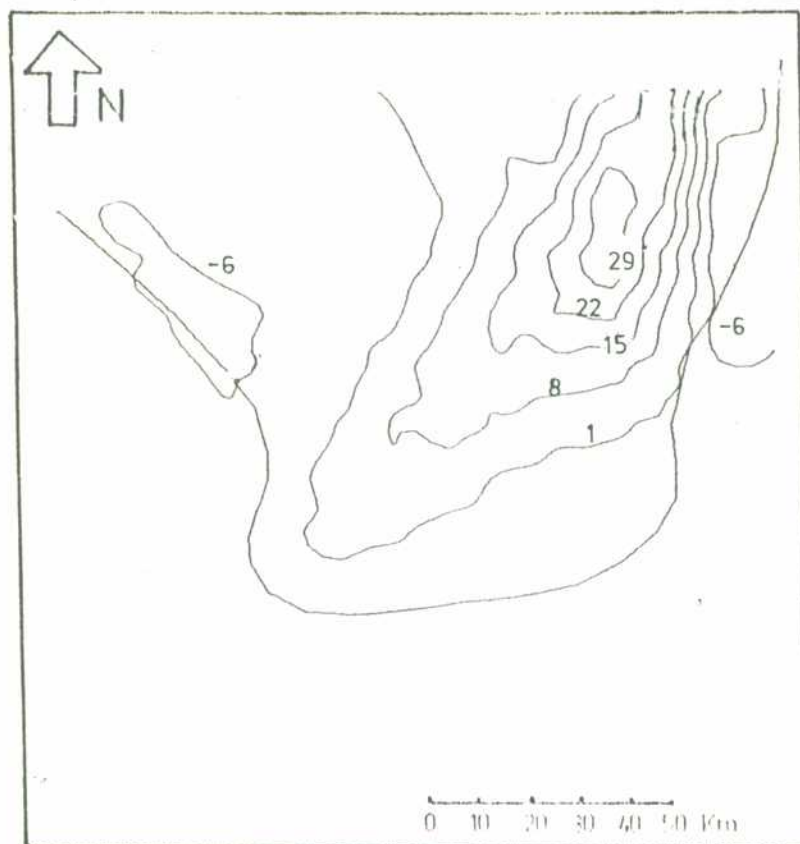


d)

FIG. 72 Campo de movimiento horizontal a 50 m de altura a las 8 y 10 horas de integración, respectivamente (caso viento sudoeste)

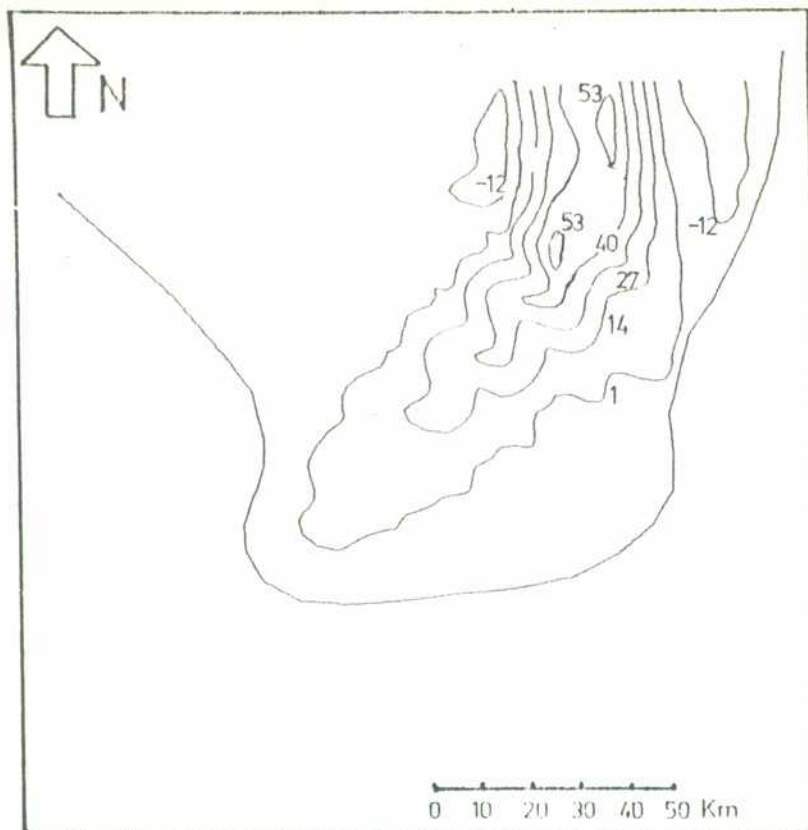


a)

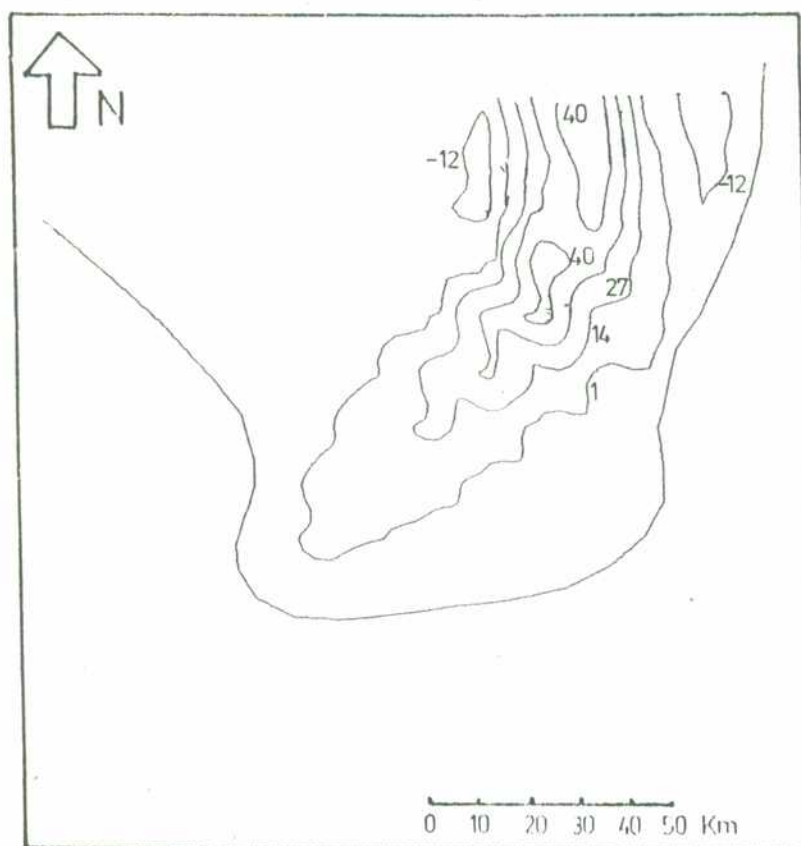


b)

FIG. 73 Campo de movimiento vertical a 1220 m de altura a las 3 y 5 horas de integración, respectivamente (caso viento sudoeste), en cm/s



c)



d)

FIG. 73 Campo de movimiento vertical a 1220 m de altura a las 8 y 10 horas de integracion, respectivamente (caso viento sudoeste), en cm/s

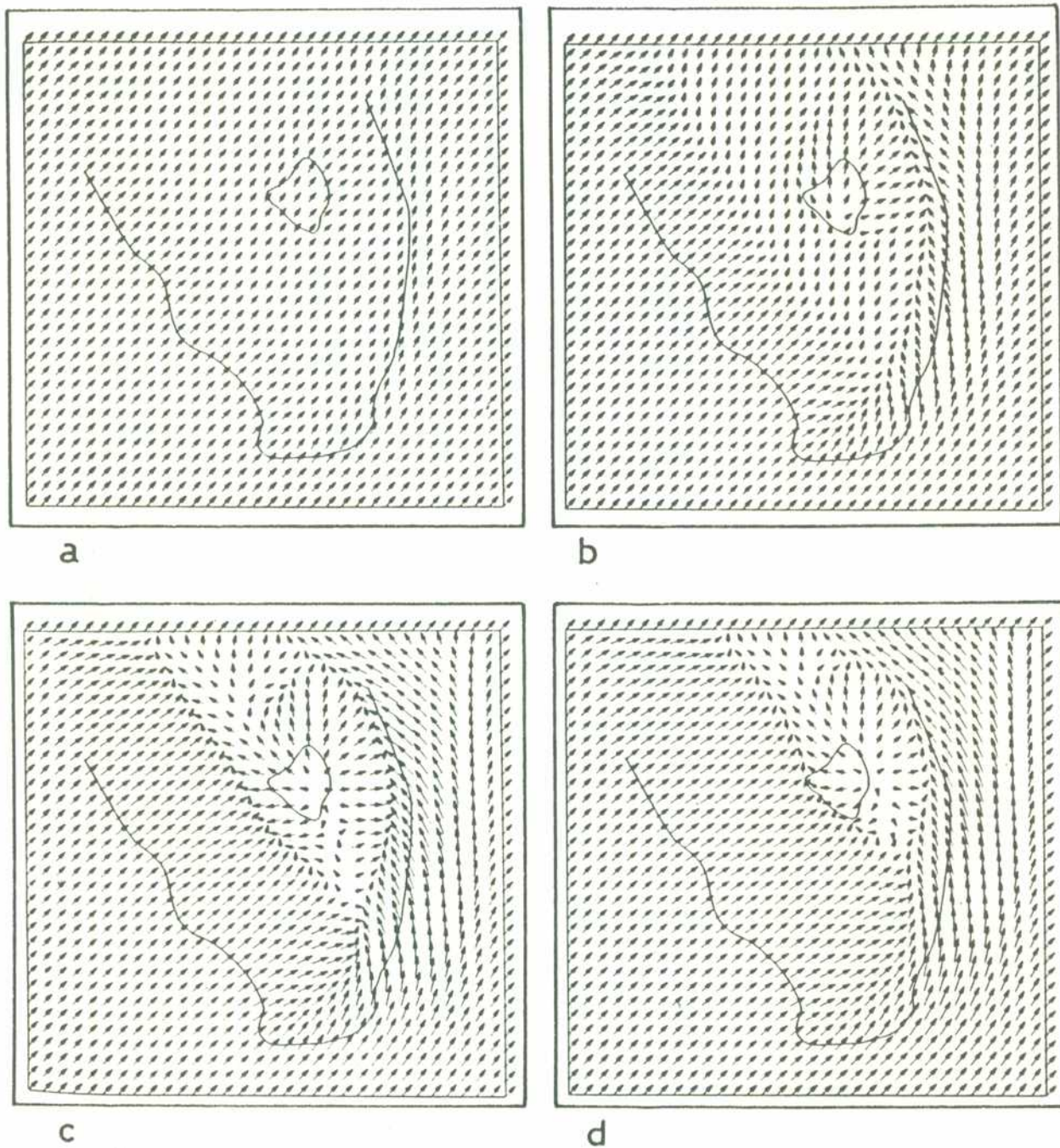
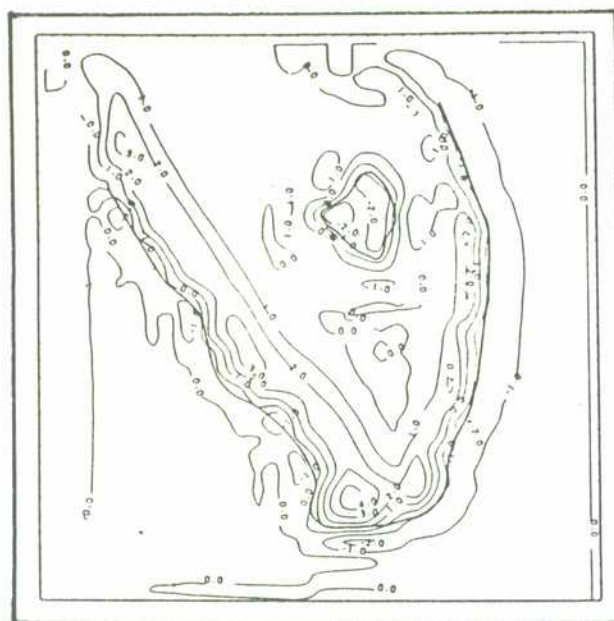
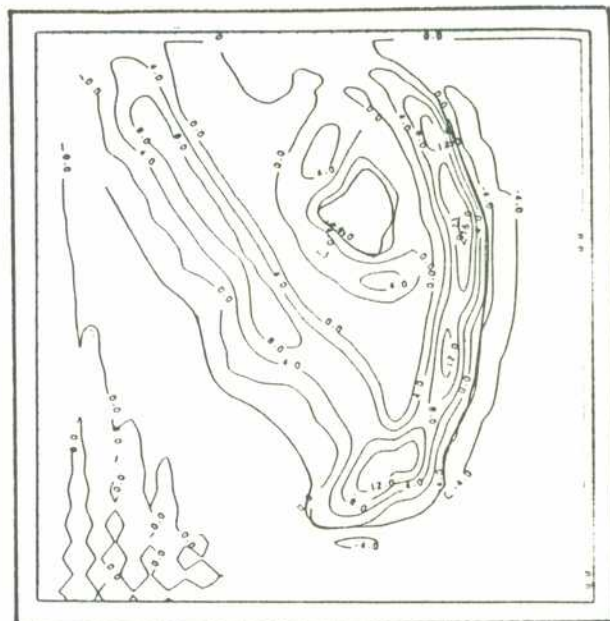


FIG. 74 Campo de movimiento horizontal a 50 m de altura a las 3, 5, 8 y 10 horas de integracion, respectivamente (caso viento sudoeste) (tomado de Pielke, 1974a)



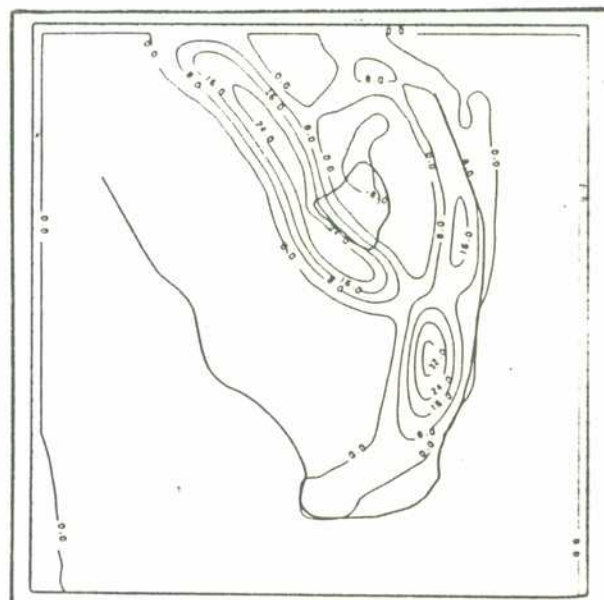
a



b



c



d

FIG. 75 Campo de movimiento vertical a 1220 m de altura, en cm/s, a las 3, 5, 8 y 10 horas de integracion, respectivamente (caso viento sudoeste) (tomado de Pielke, 1974a)

